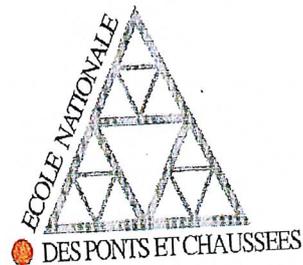




univ-gustave-eiffel.fr

Année : 2024-2025

MASTER RECHERCHE MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS (2^{ème} année)



Renseignements : Service d'Information et d'Orientation
Tél : 01 60 95 74 74 – Mail : sio@univ-eiffel.fr

École des Ponts ParisTech

Master MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

Année universitaire 2024-2025

Le master recherche "Mathématiques et Applications" est une des deux spécialités du master de mathématiques de l'université Gustave Eiffel. Il est organisé en co-habilitation avec l'Université Paris-Est Créteil Val-de-Marne. Le parcours "Mathématiques de la Finance et des Données" est opéré conjointement avec le master recherche "Mathématiques et Applications" de l'Ecole des Ponts ParisTech. Cette brochure décrit la seconde année M2.

Responsable du Master à Marne-la-Vallée : Marco Cannone (marco.cannone@univ-eiffel.fr)

Responsable du Master à Créteil Val-de-Marne : Vincent Millot (vincent.millot@u-pec.fr)

Correspondant à l'Ecole des Ponts : Aurélien Alfonsi (alfonsi@cermics.enpc.fr)

Correspondant à Marne-la-Vallée : Vlad Bally (vlad.bally@univ-eiffel.fr)

Correspondant à Marne-la-Vallée : Laurent Hauswirth (laurent.hauswirth@univ-eiffel.fr)

Correspondant à Marne-la-Vallée : Mohamed Hebiri (mohamed.hebiri@univ-eiffel.fr)

Correspondant à Créteil Val-de-Marne : Jacques Printems (jacques.printems@u-pec.fr)

Secrétariat : Stéphanie Cogny (stephanie.cogny@univ-eiffel.fr)

Tél. 01 60 95 75 32, Fax. 01 60 95 75 49

Université Gustave Eiffel

Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées

5 Boulevard Descartes

Cité Descartes, Champs-sur-Marne

77 454 Marne-la-Vallée CEDEX 2

Présentation de la deuxième année de master

La deuxième année du master “Mathématiques et Applications” propose aux étudiants une double formation en analyse et en probabilités et des possibilités de spécialisation dans divers domaines proches des applications industrielles. Les étudiants peuvent choisir l’un des quatre parcours suivants, les numéros d’unités d’enseignement (UE) renvoyant à la liste de la page 4.

Parcours Mathématiques de la Finance et des Données (MFD) Ce parcours présente les techniques de quantification et de couverture des risques sur les marchés financiers ainsi que des méthodes pour l’analyse de données et l’apprentissage. On y présente dans un premier temps les outils mathématiques permettant la modélisation des titres financiers (calcul stochastique, séries temporelles). L’utilisation de ces techniques et des méthodes d’apprentissage statistique pour la valorisation et la gestion des risques est détaillée dans un second temps et complétée par le transfert d’expérience de professionnels de salles de marché. Un accent tout particulier est porté sur l’étude des méthodes numériques probabilistes qui permettent l’évaluation et la couverture des outils financiers correspondants, et qui sont également très utilisées en apprentissage de données. Les spécificités de ces méthodes pour leur application au secteur des assurances, des taux d’intérêt, du risque de crédit, du trading haute fréquence, de l’énergie sont détaillées. Ce parcours s’appuie sur la formation d’ingénieurs de l’Ecole des Ponts. Ses effectifs sont limités à une vingtaine d’étudiants (hors élèves de l’Ecole des Ponts).

Le projet Mathrisk, équipe de recherche commune à l’Université Gustave Eiffel, l’Ecole des Ponts ParisTech et l’INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique), assure l’encadrement scientifique de ce parcours. Cette équipe développe en particulier un logiciel de valorisation des risques financiers en partenariat avec le milieu professionnel.

Parcours Probabilités et Statistique des Nouvelles Données Ce parcours s’appuie d’une part sur l’équipe de recherche en probabilité et statistique du *Laboratoire d’Analyse et de Mathématiques Appliquées*, laboratoire commun aux Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil, et d’autre part sur des intervenants extérieurs issus du monde professionnel. Il présente l’avancée actuelle des méthodes probabilistes et statistiques en lien avec le traitement de l’information. Avec l’essor de la récolte massive de données (traitement du langage, vision, santé, écologie, marketing, scoring,...), le champ d’application des méthodes présentées dans ce parcours est très vaste. Le master insiste en particulier sur les problématiques récentes de modélisation, de simulations numériques, d’inférence statistique et d’apprentissage statistique (sélection de modèles, machine learning...) et initie aux bases de données non structurées.

Ce parcours donne également la possibilité de suivre la formation en apprentissage (FA) – pour marquer la différence, nous notons FI la formation initiale sans apprentissage.

Avec ou sans apprentissage, le master vise principalement à l’insertion professionnelle (même si une partie des étudiants de la FI peut s’orienter vers une thèse académique ou encore vers une CIFRE). La formation répond aux exigences modernes du monde professionnel puisque nous proposons, entre autres, des enseignements orientés vers le traitement du langage, la vision par ordinateur, la confidentialité et l’équité algorithmique, et nous nous engageons par ailleurs à la sensibilisation des étudiants à la question de la transition écologique et du développement durable.

Parcours Analyse et Applications Ce parcours est destiné aux étudiants intéressés par tous les aspects de l'analyse et son utilisation pour la modélisation de phénomènes physiques. Il est centré sur des thématiques développées dans les équipes de recherche des Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil. Il permet d'initier les étudiants aux techniques les plus récentes de l'analyse, notamment l'analyse harmonique et de Fourier, l'analyse multi-échelle et les fractales, les équations aux dérivées partielles et le calcul des variations.

Un accent particulier peut être mis, suivant le goût de chacun et le choix des options, sur l'étude d'équations d'évolution (issues de la physique et de la finance), sur la modélisation mathématique, sur l'analyse numérique et sur le traitement du signal et l'analyse et synthèse d'image.

Parcours Mathématique et Informatique Ce parcours se situe à l'interface entre mathématiques et informatique, avec des exigences fortes dans les deux disciplines. Il repose sur le cadre du Labex Bézout commun aux trois laboratoires de recherche en mathématiques et en informatique du site Paris-Est : le LAMA, le LIGM et le CERMICS. Le calendrier et les modalités de contrôle de ce parcours sont différents de ceux des trois parcours précédents.

Après une période de quatre semaines consacrées à consolider le socle de connaissances des étudiants en mathématiques et informatique, la formation se poursuit avec des cours de base en optimisation discrète et continue, en géométrie et combinatoire et en Science des données. Au deuxième semestre, deux cours spécialisés optionnels sont à choisir parmi "Apprentissage profond", "Matrices aléatoires", "Combinatoire" et "Géométrie avancée et théorie des graphes". Les cours sont enseignés en anglais. Pour plus d'informations, voir la page <https://labex-bezout.fr/math-cs-track/>

Les quatre parcours ci-dessus sont donnés à titre indicatif et d'autres choix sont possibles. En particulier, la variété des cours permet à de futurs **candidats à l'agrégation** de consolider leur culture mathématique tout en s'ouvrant à la modélisation.

Conditions d'admission et modalités d'inscription

La deuxième année du master "Mathématiques et Applications" s'adresse aux étudiants ayant validé une première année de master en mathématiques pures ou appliquées ou justifiant d'un niveau équivalent, ainsi qu'aux élèves des Grandes Écoles. Les étudiants sont admis sur dossier. Ils doivent préciser le ou les parcours qu'ils envisagent de suivre, sachant que les effectifs du parcours MFD sont limités à une vingtaine d'étudiants (hors élèves de l'École des Ponts). Dans le cas où les informations contenues dans le dossier ne permettraient pas de conclure, les candidats pourront être convoqués pour un entretien.

Les candidatures se font en ligne, sur le site <https://candidatures.u-pem.fr/>.

En cas de difficulté pour candidater par ce moyen, prendre contact avec le secrétariat (stephanie.cogny@univ-eiffel.fr, tél 01 60 95 75 32).

Les candidats admis s'inscrivent administrativement dans l'un des deux établissements cohabilités (Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil).

Une **réunion d'information** aura lieu le **lundi 9 septembre 2024 à 9h30** pour le parcours Probabilités et Statistique des Nouvelles Données et le **lundi 16 septembre 2024 à 9h30** pour les autres parcours à l'Université Gustave Eiffel, Bâtiment Copernic, salle 2101.

Organisation pédagogique

Le master est organisé en deux semestres. Les cours commencent **le lundi 9 septembre 2024** pour le parcours Probabilités et Statistique des Nouvelles Données et **le lundi 16 septembre 2024** pour les autres parcours.

Les cours du premier semestre sont principalement des cours fondamentaux, ouvrant la voie aux cours plus spécialisés proposés au second semestre. Des séances de perfectionnement en informatique (C++) sont également prévues. Le deuxième semestre est consacré d'une part aux cours plus spécialisés (de janvier à mars) et, d'autre part, à un stage ou mémoire d'initiation à la recherche. La liste de cours donnée dans cette brochure a un caractère indicatif et pourra être modifiée dans le courant du premier semestre, en fonction des effectifs et des vœux des étudiants.

Chaque parcours est composé d'un socle d'enseignements obligatoire comptant pour 18 ECTS. Ce socle doit être complété par 4 autres cours à 6 ECTS chacun, dont au moins 3 dans le parcours correspondant. Le stage ou mémoire de fin d'étude comptabilise 18 ECTS.

Les étudiants peuvent, dans la limite d'un cours de 6 ECTS, et sous réserve de l'accord du responsable du master, suivre un cours dans d'autres masters recherche de l'Université Gustave Eiffel ou même dans des masters recherche extérieurs.

Le stage d'initiation à la recherche commence au mois d'avril. Ce stage (ou mémoire) peut avoir lieu dans une équipe de recherche universitaire ou dans un laboratoire de recherche appliquée d'un organisme public ou d'une entreprise. Le stage donne lieu à une soutenance et compte pour 18 ECTS (parcours Analyse et parcours Proba-stats) et pour 15 ECTS (parcours Finance).

Contrôle des connaissances et obtention du diplôme

Chaque cours est sanctionné par un examen final ou la réalisation d'un projet. Dans chaque parcours, pour obtenir le diplôme, un étudiant doit avoir une moyenne hors stage au moins égale à 10 et une note de stage au moins égale à 10.

Débouchés

Certains cours étant nettement orientés vers les applications, en particulier ceux des parcours **MFD et probabilités et statistique des nouvelles données**, les étudiants peuvent trouver, à l'issue du master, des débouchés en entreprise. Les secteurs d'applications concernés sont la finance et l'assurance (analyse quantitative, évaluation des risques, validation de modèles, structuration etc.), le traitement statistique de données (marketing web, assurances, etc.), les problèmes d'évolution issus de la physique. Dans ces secteurs, les besoins sont importants au sein des organismes de recherche, des grandes entreprises industrielles, des assurances et des banques.

Certains étudiants, en particulier ceux qui se destinent à la carrière de chercheur ou d'enseignant-chercheur, peuvent s'orienter vers la préparation d'une thèse. La thèse peut être préparée dans une des équipes de recherche associées au master (le Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées (UMR 8050 CNRS) des Universités Gustave Eiffel et de Paris-Est Créteil et le CERMICS, Centre d'Enseignement et de Recherche en Mathématiques, Informatique et Calcul Scientifique de l'École des Ponts).

Pour les diplômés admis à préparer une thèse, divers financements peuvent être envisagés (allocations de recherche du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, bourses C.I.F.R.E., bourses de l'École des Ponts, ...). Les allocations de recherche du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche sont attribuées par l'intermédiaire des écoles doctorales. Le master a des relations privilégiées avec l'école doctorale *Mathématiques et STIC* du Pôle de Recherche et d'Enseignement Supérieur *Université Paris-Est*.

Liste des UE (contenu détaillé dans les pages suivantes)

UE du parcours Mathématiques de la Finance et des Données (MFD)

MFD-1 Tronc commun finance (27 ECTS)

MFD0 Semaine d'ouverture Finance Quantitative

MFD0 Introduction au C++

MFD1 Calcul stochastique

MFD2 Arbitrage, volatilité et gestion de portefeuille

MFD3 Méthodes de Monte-Carlo et Algorithmes stochastiques

MFD4 Modèles de taux d'intérêt

MFD-2 Mathématiques financières approfondies (18 ECTS)

Il faut valider 3 cours à 6 ECTS dont au moins 2 parmi :

MFD5 Données Haute Fréquence en finance

MFD6 Risque de crédit

MFD7 Mesures de risque en finance

MFD8 Modèles de volatilité

MFD9 Méthodes numériques et produits structurés en actuariat

MFD10 Apprentissage statistique et applications

MFD11 Introduction au Calcul de Malliavin et applications numériques en finance

P1 Architecture Big data

A3 Méthodes d'approximation déterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

UE du parcours Probabilités et Statistiques des Nouvelles Données (*La mention FI ou FA suggère que le cours n'est proposé qu'aux étudiants de la formation sans apprentissage ou de la formation avec apprentissage, respectivement*)

PS1 Tronc commun Probabilités et Statistiques (12 ECTS)

Il faut valider au moins 2 cours à 6 ECTS parmi les trois unités suivantes :

P1 Architectures Big data

P2 Statistique en grande dimension

MFD1 Calcul stochastique (*FI uniquement*)

PS2 Enseignements approfondies (24 ECTS)

Il faut valider 4 cours à 6 ECTS parmi :

P3 Simulation et copules

A3 Méthodes d'approximation déterministes et stochastiques

ACT1 Estimation empirique - valeurs extrêmes

ACT2 Anonymisation et équité algorithmique

MFD3 Méthodes de Monte-Carlo et Algorithmes stochastiques (*FI uniquement*)

MFD10 Apprentissage statistique et applications

MFD11 Introduction au Calcul de Malliavin et applications numériques en finance (*FI uniquement*)

MI1 Fondements des sciences de données

MI2 Science des données avancées

X Modélisation probabiliste et statistique pour l'épidémiologie

PS3 Enseignements de spécialisation (3 ECTS)

Il faut valider 1 cours à 3 ECTS parmi :

P4 Vision par ordinateur et détection d'objets

P5 Apprentissage statistique pour le traitement du langage

P6 Cas d'usage en lien avec le développement durable

Note Tous les étudiants participent à un Hackathon sur 2 jours. Les étudiants de FI effectuent un stage de 3 à 6 mois pendant la période du 1^{er} avril au 30 septembre. En ce qui concerne les étudiants de FA, ils sont en apprentissage toute l'année avec un rythme d'apprentissage de 2 jours en entreprise au premier semestre, 3 jours en entreprise au second semestre, et une présence tous les jours en entreprise pendant les vacances scolaires et à partir du mois de mai. Les étudiants de FA doivent également suivre une UE intitulée *Projets* de manipulation de données pendant les mois d'avril et mai.

UE du parcours Analyse et Applications

AA1 Tronc commun Analyse (18 ECTS)

A1 Outils d'analyse et équations aux dérivées partielles

A2 Théorie géométrique de la mesure et outils d'analyse multi-échelle

AA2 Cours d'analyse approfondie et applications (24 ECTS)

Il faut valider 4 cours à 6 ECTS dont au moins 2 parmi :

A3 Méthodes d'approximation déterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

A4 Analyse et théorie métrique des nombres, applications à l'étude de la performance de modèles de communication

A5 Introduction à la Gamma-convergence

A6 Equations aux dérivés partielles et laplacien fractionnaire

MFD1 Calcul Stochastique

Premier Semestre

Enseignants : Vlad Bally et Damien Lamberton

Le but de ce cours est de présenter les processus stochastiques à temps continu usuels et leurs principales propriétés. Ces processus permettent de modéliser par exemple le cours des titres financiers. Le lien avec les méthodes de Monte Carlo, les applications en finance et les équations aux dérivées partielles seront également discutées.

- Mouvement brownien : construction, régularité et propriétés des trajectoires.
- Martingales à temps continu, temps d'arrêt et théorème d'arrêt.
- Variation quadratique, intégrale stochastique et formule d'Itô.
- Équations différentielles stochastiques à coefficients lipschitziens. Liens avec les équations aux dérivées partielles : formule de Feynman-Kac.

Bibliographie :

- N. Bouleau, *Processus Stochastiques et Applications*, Hermann (1988).
- F. Comets, M. Meyre, *Calcul stochastique et modèles de diffusions*, Dunod (2006).
- J. Hull, *Options, futures and other derivatives*, Prentice Hall (2006).
- I. Karatzas, S. Shreve, *Brownian motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag (1987).
- D. Lamberton, B. Lapeyre, *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*, 2nde édition, Ellipses (1997).
- R. Portait, P. Poncet *Finance de marché*, 2nde édition, Dalloz (2009). Springer (1997).
- D. Revuz, M. Yor, *Continuous martingales and Brownian motion*, Springer-Verlag (1991).

Connaissances préalables requises : Théorie de la mesure et calcul des probabilités (voir, par exemple le livre *L'essentiel en théorie des probabilités* de J. Jacod et P. Protter, Vuibert, 2003).

MFD2 Arbitrage, Volatilité et gestion de portefeuille

Premier Semestre

Enseignants : Emmanuelle Clément et Damien Lamberton

Le but de ce cours est de présenter les principales méthodes quantitatives de valorisation de produits dérivés modélisés par des processus en temps discret ou continu. Les problématiques de calibration des modèles et les méthodes numériques de valorisation seront également abordées. Les hypothèses sous-jacentes aux méthodes de valorisation et aux choix de modélisation seront mises en avant et leur réalisme sera discuté.

- Théorie de l'arbitrage : comparaison de portefeuilles et parité Call Put. Lien avec la théorie des martingales.
- Etude du modèle binomial, valorisation risque neutre et couverture d'options. Arrêt optimal et options américaines
- Etude du modèle de Black Scholes : valorisation par méthodes de Monte Carlo et par EDP. Construction du portefeuille de couverture.
- Modèles à volatilité locale. Introduction aux modèles à volatilité stochastique.
- Outils de modélisation pour les marchés incomplets : Processus de Lévy, mesures aléatoires de Poisson. Théorème de représentation d'Itô.
- Modèle exponentiel de Lévy. Calcul de prix, calibration, simulation.

Bibliographie :

- B. Bouchard, J.-F. Chassagneux, Valorisation de produits dérivés - Des théorèmes fondamentaux à la couverture sous contrainte de risque, *Economica* (2013).
- R. Cont, P. Tankov, financial modelling with jump processes, Chapman & Hall, 2004.
- N. El Karoui, E. Gobet, Les outils stochastiques des marchés financiers : une visite guidée de Einstein à Black-Scholes, (2011).
- D. Lamberton, B. Lapeyre, Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance, 2nde édition, Ellipses (1997).
- S. Shreve, Stochastic Calculus for Finance Volume II : Continuous-Time Models, (2004).
- K.-I. Sato, Lévy Processes and infinitely Divisible Distributions, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2013.

MFD3 Méthodes de Monte-Carlo et Algorithmes stochastiques

Premier Semestre

Enseignant : Benjamin Jourdain.

L'objectif de ce cours est de dresser un panorama des méthodes de Monte-Carlo. Ces méthodes numériques basées sur la simulation de variables aléatoires figurent parmi les dix algorithmes ayant eu le plus d'influence sur le développement et la pratique de la science et de l'ingénierie au XXe siècle. Leur développement se poursuit très activement motivé par des applications aussi bien en sciences des données qu'en finance, en fiabilité ou en simulation moléculaire.

Partie I : Méthodes de Monte-Carlo pour le calcul d'intégrales dans \mathbb{R}^n

1. Moyenne empirique de variables aléatoire indépendantes et identiquement distribuées : convergence et intervalles de confiance.
2. Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, fonction d'importance, techniques de stratification, conditionnement, ...
3. Suites à discrédances faibles : éléments théoriques, exemples classiques (Halton, Faure, Sobol, Niederreiter, ...).
4. Calcul d'espérances conditionnelles (régression, quantification,...) et application au calcul d'options américaines.

Partie II : Algorithmes stochastiques

1. Algorithme de Robbins-Monro : applications à l'optimisation et à la réduction de variance.
2. Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov : algorithme de Métropolis-Hastings et recuit simulé.
3. Méthodes particulières pour le filtrage et la simulation d'événements rares.

Partie III : Simulation de processus stochastiques

1. Discrétisation d'équations différentielles stochastiques : schémas classiques (Euler, Milshtein), vitesses de convergence, techniques d'extrapolation.
2. Simulation de modèles avec sauts.

Bibliographie :

- Paul Glasserman. *Monte Carlo methods in financial engineering*, volume 53 of *Applications of Mathematics (New York)*. Springer-Verlag, New York, 2004.
- Emmanuel Gobet. *Méthodes de Monte-Carlo et processus stochastiques : du linéaire au non-linéaire*, Éditions de l'École Polytechnique, 2013.
- Bernard Lapeyre, Etienne Pardoux, et Rémi Sentis. *Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion*, volume 29 de *Mathématiques & Applications (Berlin)*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.

MFD4 Modèles de taux d'intérêt

Deuxième Semestre

Enseignants : Vlad Bally, Aurélien Alfonsi et Christophe Michel.

Le but du cours est de présenter aux étudiants une introduction aux modèles usuels employés dans la théorie des taux d'intérêt. Trois classes de modèles se sont imposées. Le point de vue le plus ancien explique le comportement des taux d'intérêt par le taux court (instantané). Une multitude de modèles pour la dynamique du taux court ont été proposés, une des motivations principales étant leurs aptitudes diverses pour la calibration. Mais les modèles de taux court ont le désavantage de ne pas pouvoir expliquer l'évolution des zéro coupons en toute généralité. Une nouvelle génération de modèles est apparue : tout d'abord, le modèle de Heath-Jarrow-Merton (HJM), basé sur les *taux forward*, qui réalise une modélisation en toute généralité et a en plus des vertus du point de vue de la calibration. Puis, les "market models" - celui de Brace-Gatarek-Musiela (BGM), mais aussi celui de Jamishdian - qui focalisent leurs intérêt sur un certain type de produits financiers et établit une modélisation dans laquelle le calcul du prix de ce type de produit se fait par formules explicites.

Plan du cours

Partie 1. Modèles de taux court.

- a. Présentation générale : zéro coupons, taux courts, taux forward instantanés.
- b. L'équation de structure. Approche EDP et approche martingale.
- c. Modèles courants de taux courts : Vasicek, Ho et Lee, Hull et White, Cox-Ingersol-Ross.
- d. Modèles multi-facteurs.
- e. Modèles à structure affine.

Partie 2. Modèle de Heath-Jarrow-Merton (HJM).

- a. Modélisation martingale et condition de dérive de HJM.
- b. Changement de numéraire et probabilités forward.
- c. Formule de Black.
- d. Evaluation du prix des produits courants : Caps, floors, swaps et swaptions. Taux swap.

Partie 3. Modèles de marché. Le modèle de Brace-Gatarek-Musiela (BGM).

Bibliographie :

- Björk T. (1998), *Arbitrage Theory in Continuous Time*, Oxford University Press.
- Björk T. (1997), *Interest Rate Theory*, in Runggaldier (ed.) *Financial Mathematics*, Springer Lecture Notes in Mathematics **1656**. Springer Verlag, Berlin.
- Brigo D. et Mercurio F., *Interest rate models, theory and practice*, Springer Finance, 1998.
- Lamberton D., Lapeyre B. (1997), *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*, 2^{de} édition, Ellipses.

MFD5 Données haute fréquence en finance

Deuxième Semestre

Enseignants : Aurélien Alfonsi et Sophie Laruelle.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à l'électronification des marchés, à leur évolution suite aux régulations des années 2000 aux États-Unis et en Europe et nous expliquerons les mécanismes du carnet d'ordres. Nous analyserons ensuite des indicateurs intraday, des relations entre des indicateurs journaliers (telle que la relation volatilité/bid-ask spread) et la façon dont estimer la volatilité et la corrélation à haute fréquence. Puis nous montrerons comment utiliser les descentes de gradient stochastiques pour construire des algorithmes de trading. Enfin nous présenterons les processus de Hawkes et leur utilité en microstructure pour modéliser l'évolution des prix et du carnet d'ordres.

Dans un second temps, le cours s'intéressera au problème d'exécution optimale pour acheter ou vendre un volume important de titres sur les marchés financiers. Lorsque l'on place un ordre de taille significative sur le marché, il faut prendre en compte son impact sur le prix de cotation. En particulier, son coût n'est plus simplement proportionnel à son volume. Pour limiter son impact et son coût, il est généralement préférable de découper cet ordre en plusieurs ordres de taille plus petite. Pour comprendre et quantifier cela, nous présenterons des modèles de « price impact » dans lesquels nous chercherons à identifier des stratégies d'exécution optimales. Nous commencerons par le modèle linéaire de Bertsimas et Lo et d'Almgren et Chriss avant de considérer des modèles plus sophistiqués. L'étude de ces modèles nous amènera naturellement à discuter des conditions de non arbitrage sur des échelles de temps courtes, ainsi que des stratégies utilisées par les « market makers ».

Bibliographie

1. Frédéric Abergel, Marouane Anane, Anirban Chakraborti, Aymen Jedidi et Ioane Muni Toke, *Limit Order Books*, Cambridge University Press, 2016.
2. Robert Almgren et Neil Chriss, *Optimal execution of portfolio transactions*, J. Risk, 2000.
3. Agostino Capponi et Charles-Albert Lehalle, *Machine Learning and Data Sciences for Financial Markets A Guide to Contemporary Practices*, Cambridge University Press, 2023.
4. Álvaro Cartea, Sebastian Jaimungal et José Penalva, *Algorithmic and High-Frequency Trading*, Cambridge University Press, 2015.
5. Olivier Guéant, *The Financial Mathematics of Market Liquidity From Optimal Execution to Market Making*, Chapman and Hall/CRC Financial Mathematics, 2016.
6. Sophie Laruelle et Charles-Albert Lehalle, *Market Microstructure in Practice*, 2nd edition, World Scientific, 2018.
7. Anna Obizhaeva et Jiang Wang, *Optimal trading strategy and supply/demand dynamics*, J. Financial Markets, 2013.

MFD6 Risque de crédit

Deuxième Semestre

Enseignants : Loïc Brin et François Crénin

Le cours " Risque de crédit " prépare les étudiants à intégrer un département quantitatif (Grande banque : banque d'investissement ou Direction des risques, institution financière). La démarche pédagogique s'articule autour des trois objectifs suivants :

- expliquer l'environnement bancaire et plus particulièrement les enjeux de la gestion des risques (de crédit) dans une banque. Faire le lien avec la crise financière de 2007- et les réformes réglementaires (Bâle III),
- former les étudiants aux instruments de crédit les plus classiques (obligation, titrisation) : en comprendre les risques, les mesurer (techniques de modélisation et de simulation, stress tests), les quantifier (pricing), les gérer (dérivés de crédit),
- préparer les étudiants à leur futur métier en leur proposant un projet de type " Recherche et Développement " sur des sujets d'actualité, en travaillant en groupe restreint, en mode projet.

Programme du module : <http://defaultrisk.free.fr/>

- Séance 1 : Retour sur la crise financière. Modélisation des défauts : ratings, modèles structurels dérivés de Black-Scholes
- Séance 2 : Risque de crédit individuel : la vision " marché " (pricing de bonds et CDS, modèles à intensité)
- Séance 3 : Le risque de crédit sur un portefeuille de prêts ; corrélation, dépendance, modèle de Vasicek
- Séance 4 : Produits structurés sur sous-jacents portefeuilles crédit ; CDO, CSO
- Séance 5 : Mesures de risque, VaR
- Séance 6 : Stress testing, capital économique et réglementaire. Vers Bâle III
- Séance 7 : Examen - tables rondes des projets

Modalités :

Le cours comprend 7 séances de 3 heures. Les 6 premières séances sont divisées en un cours magistral de deux heures suivi d'une heure de travaux dirigés. La dernière séance est consacrée aux tables rondes sur les projets des étudiants. Les différents groupes, qui ont choisi leur projet auparavant parmi la liste proposée par les enseignants, font un point sur la compréhension des sujets et définissent les objectifs du projet avec les enseignants. La soutenance du projet a lieu entre mars et début avril au plus tard.

MFD7 Mesures de risque en finance

Premier Semestre

Enseignants : Aurélien Alfonsi et Lokman Abbas-Turki

La maîtrise des risques est au cœur des préoccupations du monde bancaire comme en témoigne les recommandations du Comité de Bâle sur le contrôle bancaire (Convergence nationale de la mesure et des normes de fonds propres). La mise en œuvre des recommandations se traduit également par des recrutements dans les services de contrôle des risques des banques. Le but de ce cours est de présenter dans une partie théorique les outils de mesure des risques concernant la salle de marché et la gestion du portefeuille d'actifs. Les principaux thèmes théoriques seront : les mesures de risques monétaires et la représentation des mesures de risque convexes, la théorie des valeurs extrêmes et la représentation multidimensionnelle des risques via les copules. Dans une deuxième partie pratique, des intervenants de la Société Générale présenteront les méthodes utilisées par les différents départements pour évaluer le risque financier.

Le programme peut être consulté sur le site : <http://cermics.enpc.fr/~alfonsi/mrf.html>.

Le cours est financé par la "Chaire Risques Financiers" de la Société Générale, l'Ecole Polytechnique et l'Ecole des Ponts. Il est commun avec le Master Probabilités et Applications de Paris 6.

Bibliographie :

- Basel Committee on Banking supervision. *International convergence of capital measurement and capital standards*.
- Föllmer H. and A. Schied (2004) *Stochastic finance. An introduction in discrete time*. De Gruyter Studies in Mathematics **27**, 2004.
- McNeil A.J., R. Frey and P. Embrechts *Quantitative risk management. Concepts, techniques and tools*. Princeton Series in Finance, 2005.
- Roncalli T. *La gestion des risques financiers*. Economica. 2004.

MFD8 Modèles de volatilité

Deuxième Semestre

Enseignant : Julien Guyon

This course is about volatility and volatility modeling in finance. After introducing the different types of volatility, we will explain how and why volatility modeling has evolved over the years, from Black-Scholes to local volatility to stochastic volatility to local stochastic volatility to rough volatility and path-dependent volatility. We will in particular cover the following topics : the volatility smile; the links between instantaneous volatility and implied volatility; the calibration of volatility models; multi-asset volatility modeling.

Tentative agenda :

- The different types of volatility
- The different types of volatility derivatives
- The volatility smile
- Volatility modeling : a brief history
- Static v. dynamic properties of volatility models
- Black-Scholes
- Local volatility
- Stochastic volatility
- Variance curve models (second generation of stochastic volatility models)
- The smile of variance curve models
- Local stochastic volatility
- The particle method for smile calibration
- Path-dependent volatility
- Rough volatility
- From spot volatility to implied volatility
- Multi-asset volatility modeling : local volatility/correlation, stochastic volatility/correlation, path-dependent volatility/correlation, cross-dependent volatility/correlation

The course (8 lectures + 1 final exam) will be taught in French or English, as per the students' preference.

Ce cours a lieu à l'Ecole des Ponts.

MFD9 Méthodes numériques et produits structurés en actuariat

Deuxième Semestre

Enseignant : Jacques Printems

Ce cours présente un panorama des techniques de structuration de produits financiers en lien avec les problématiques actuarielles du monde de l'assurance (Variable Annuities). Ces produits spécifiques nécessitent des méthodologies de valorisation qui leur sont propres et seront présentées en détail. En particulier, nous étudierons les techniques reposant sur les méthodes numériques afférentes de résolution numérique d'équations aux dérivées partielles et de techniques de Monte Carlo. Le cours sera agrémenté d'exemples pratiques illustrant l'utilisation de ces techniques.

De plus, les compagnies d'assurance sont soumises à des contraintes de solvabilité propres imposées à l'échelle Européenne (Solvabilité 2). Pour cette raison, les calculs de fonds propres nécessaires pour faire face à d'éventuelles dépréciations des encours d'une société soulèvent des problématiques de génération de scénarii économiques, calcul de quantiles et utilisation de méthodes de Monte Carlo avancées (nested Monte Carlo), de méthodes hybrides EDP/Monte Carlo, qui seront présentées dans ce cours.

MFD10 Apprentissage statistique et applications

Premier Semestre

Enseignants : Romuald Elie, Jérémie Jakubowicz et Jean-Yves Audibert

Le but du cours est de présenter les principales méthodes théoriques de l'apprentissage statistique ainsi qu'un large spectre de leurs applications, en particulier pour la gestion de bases de données de taille importante. Le cours sera ponctué d'interventions de professionnels du monde de la donnée, qui viendront présenter des applications opérationnelles de ces méthodes aux domaines de l'actuariat, la finance et le marketing web.

- Fondements théoriques de l'apprentissage statistique : notion de risque et de risque empirique
- Régression logistique et classification
- Dimension de Vapnik, choix de la base de régression
- Méthode des k plus proches voisins, convexification du risque item Réseaux de neurones
- Mise à jour de pondération d'estimateurs et application en gestion de portefeuille.
- Exemples d'applications en Actuariat, Finance et marketing web.

MFD11 Introduction au Calcul de Malliavin et applications numériques en finance

Deuxième Semestre

Enseignant : Vlad Bally

Le but du cours est de donner une introduction élémentaire au Calcul de Malliavin et à ses applications, avec un intérêt particulier pour les applications numériques en finance. Les étudiants sont sensés avoir suivi un cours de calcul stochastique de base. Les points principaux du cours seront les suivants.

- **Présentation Générale.** Formule d'intégration par parties générale et applications. Les opérateurs différentiels et la formule de dualité : cas fini-dimensionnel et passage à la limite. Formule de représentation de Clark-Ocone et calcul de la couverture. Applications aux diffusions.
- **Calculs de sensibilités.** Les *grecques*.
- **Options américaines.** Calcul de l'espérance conditionnelle. Programation dynamique et méthode de Monte Carlo. Localisation (réduction de variance).
- **Espaces de Sobolev sur l'espace de Wiener.**
- **Décomposition en chaos.**

Bibliographie :

- D Nualart (1995), *The Malliavin calculus and related topics*. Springer Verlag.
- N. Ikeda and S. Watanabe (1989), *Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes*, North Holland.
- S. Watanabe (1984), *Lectures on Stochastic Differential Equations and Malliavin calculus*. Tata Institute of Fundamental Research, Springer Verlag.

P1 Architecture Big Data

Premier Semestre

Enseignant : Roland Trosic

Le but du cours est de présenter les architectures Big Data et de présenter les apports de ces technologies auprès des entreprises.

1. Des systèmes d'information "classiques" au Big Data
2. Les apports du Big Data pour les entreprises
3. Les architectures Big Data dans l'entreprise
4. Bases de données documentaires et distribuées
5. Outils d'analyse et de visualisation
6. Apprentissage automatique
7. Méthodologie de développement de projets Big Data

Les technologies suivantes seront vues dans le cadre du cours : Hadoop, Json, MongoDB, Elastic Search, Microsoft Azure, ML Azure, Python.

Bibliographie :

- Rudi Bruchez (2015) - Les bases de données NOSQL et le Big Data , Editions Eyrolles
- Kristina Chodorow (2013) - MongoDB - The Definitive Guide 2e - O'reilly
- Lemberger, Batty, Morel, Raffaelli (2015) - Big Data et Machine Learning, Broché
- Cointot et Eychenne (2014) - La Révolution Big Data - Dunod
- Owens, Lentz (2014) - Hadoop par la pratique - Broché

Sitographie :

- <http://openclassrooms.com> : site de cours en ligne
- <http://www.mongodb.org> : site institutionnel de la société MongoDB
- <https://www.elastic.co> : site institutionnel de la société Elastic
- <https://aws.amazon.com> : service cloud computing d'Amazon
- <https://azure.microsoft.com/fr-fr> : service cloud computing de Microsoft
- <https://cloud.google.com/> : service cloud computing de Google

P2 Statistique en grande dimension

Premier Semestre

Enseignant : Mohamed Hebiri

Ce cours est constitué en trois parties : résultats classiques en statistique des modèles non-paramétriques ; méthodes d'agrégation ; parcimonie et méthodes pour les données massives.

Il nécessite peu de connaissances particulières en statistique mais une bonne maîtrise des probabilités et de l'algèbre linéaire niveau licence.

Les points abordés dans ce cours seront les suivants :

- I. Vitesses asymptotiques pour l'estimation des fonctions, théorie minimax.
 - Estimation de densité par noyau, sélection de fenêtre
 - Modèle de régression non-paramétrique, estimateur par projection sur une base orthonormée (par exemple série de Fourier), sélection de modèles
- II. Agrégation d'estimateurs
- III. Parcimonie et régression en grande dimension :
 - fléau de la dimension,
 - parcimonie dans le modèle de suite gaussienne, seuillage doux et fort
 - estimateurs BIC et Lasso

Bibliographie

- Comte, F. (2017). Estimation non-paramétrique. *Spartacus*
- Tsybakov, A. B. (2004). Introduction à l'estimation non-paramétrique. *Springer-Verlag, Berlin*.
- Hastie, T., Tibshirani, R., Wainwright, M. (2015) Statistical Learning with Sparsity. *Chapman and Hall*
- Wainwright, M. J. (2019) High-Dimensional Statistics. *Cambridge University Press*

P3 Simulation et copules

Premier Semestre

Enseignant : Thierry Jeantheau.

Ce cours est aussi une UE du master professionnel *Actuariat*. Il s'adresse à des étudiants ayant déjà reçu un cours de base en probabilités, ayant déjà étudié les chaînes de Markov, et des connaissances du logiciel *R* sont souhaitables. Il présente les différentes méthodes pour simuler par ordinateur des variables aléatoires. Le cas des vecteurs aléatoires est aussi traité, et la notion de copule est introduite pour modéliser et simuler des structures de dépendance spécifique. On aborde l'utilisation des données simulées par les méthodes de Monte Carlo, notamment pour le calcul d'intégrale. On présente l'utilisation des chaînes de Markov pour simuler des lois compliquées (méthode MCMC), et en particulier l'algorithme de Metropolis. Enfin, on applique cette méthode pour résoudre des problèmes d'optimisation, en présentant l'algorithme du recuit simulé.

L'accent sera mis sur la mise en pratique de ces méthodes, qui seront programmées par les étudiants, en utilisant le logiciel statistique *R*.

1. Méthodes de simulation des variables et des vecteurs aléatoires.
2. Introduction à la modélisation par les Copules et simulation.
3. Méthodes de Monte Carlo, application aux calculs d'intégrales.
4. Simulation par chaîne de Markov (méthode MCMC), algorithme de Metropolis.
5. Application au problème d'optimisation, algorithme du recuit simulé.

P4 Vision par ordinateur et détection d'objets

Deuxième Semestre

Enseignant : Florian Valade

La vision par ordinateur est omniprésente et révolutionne des secteurs entiers. Des voitures autonomes qui détectent les piétons aux systèmes de sécurité qui identifient des comportements suspects, en passant par les applications médicales qui assistent le diagnostic, la détection d'objets est devenue cruciale.

Ce cours explore les fondements et les applications avancées de la vision par ordinateur, en mettant l'accent sur la détection d'objets. Il couvre les techniques essentielles du traitement d'images, les architectures de réseaux neuronaux convolutifs, et les algorithmes de pointe en classification et en détection. Les étudiants apprendront à concevoir, implémenter et évaluer des systèmes de vision par ordinateur capables de localiser et identifier des objets dans des images et des vidéos.

À travers des projets pratiques et l'étude de cas réels, les étudiants développeront les compétences nécessaires pour innover dans ce domaine en rapide évolution.

P5 Apprentissage statistique pour le traitement du langage

Deuxième Semestre

Enseignante : Hafida Le-Cloirec

Maîtriser le traitement automatique du langage est devenu indispensable. Des assistants vocaux qui comprennent nos requêtes aux outils d'analyse de sentiment pour les réseaux sociaux, le NLP transforme notre façon d'interagir avec la technologie.

Ce cours de Master explore l'intersection entre l'apprentissage automatique et le traitement du langage naturel (NLP). A travers des exemples concrets, les étudiants découvriront les modèles probabilistes, les méthodes d'embedding, et les architectures de réseaux neuronaux spécifiques au NLP. Seront par exemple considérés la classification de textes, l'analyse de sentiments, la traduction automatique et la génération de langage. Par la pratique et l'étude de cas réels, les étudiants acquerront les compétences pour développer des systèmes NLP de base. Ce cours prépare les futurs professionnels à appréhender des problèmes complexes dans des domaines comme l'IA conversationnelle, la recherche d'information et l'analyse de données textuelles à grande échelle.

P6 Cas d'usage en lien avec le développement durable

Deuxième Semestre

Enseignants : Félix Cheysson et Mohamed Hebiri

L'intelligence artificielle (IA) impacte désormais tous les secteurs d'activité, avec des répercussions environnementales indéniables. Cependant, elle offre également un potentiel considérable pour réduire notre empreinte carbone et optimiser l'exploitation responsable des ressources. En partenariat avec le *Ministère de la Transition Écologique et de la Cohésion des Territoires*, nous proposons un cours innovant visant à sensibiliser les étudiants aux enjeux concrets de l'IA appliquée à l'environnement.

L'objectif est double :

1. Développer des solutions inédites en s'appuyant sur les connaissances acquises durant l'année, pour répondre à des problématiques environnementales urgentes.
2. Maîtriser le traitement et l'analyse de données réelles et brutes, en partant de zéro, pour acquérir des compétences pratiques essentielles.

Ce cours permettra aux étudiants de :

- Comprendre les défis environnementaux actuels et le rôle potentiel de l'IA
- Apprendre à manipuler et interpréter des jeux de données complexes et non structurés
- Concevoir et implémenter des solutions d'IA éco-responsables
- Développer un esprit critique sur l'utilisation de l'IA dans le contexte de la transition écologique

Un but majeur de ce cours est de concilier avancées technologiques et préservation de l'environnement.

A1 Outils d'analyse et équations aux dérivées partielles

Premier Semestre

Enseignant : Marco Cannone.

Le but de ce cours est de compléter les connaissances des étudiants en analyse (fonctionnelle, harmonique..) et de les initier à quelques outils utiles pour les équations aux dérivées partielles et pour l'analyse multifractale. Les sujets suivants seront abordés :

- Compléments sur les espaces de Banach : dualité, topologie faible. . .
- Analyse des espaces L^p : quelques propriétés, interpolation, applications. . .
- Rappels et compléments sur les distributions : techniques de régularisation et d'approximation, distributions tempérées, analyse de Fourier.
- Espaces de Sobolev, injection de Sobolev, théorème de compacité de Rellich. Application des espaces de Sobolev aux EDP. Principe des méthodes variationnelles. Application au problème de Dirichlet, principe du maximum.
- Introduction à l'analyse de Littlewood Paley : construction, algorithmes, exemples de bases. Caractérisation des espaces fonctionnels.
- Applications. Les équations de Navier-Stokes : approche variationnelle de J. Leray et résolution par point fixe de T. Kato.

Bibliographie :

- R.A. Adams, *Sobolev Spaces*, Academic Press, 1975.
- H. Brezis, *Analyse fonctionnelle*, Masson, 1983.
- M. Cannone *Ondelettes, paraproducts et Navier-Stokes*, Diderot 1995.
- F. Hirsch, G. Lacombe, *Eléments d'Analyse fonctionnelle*, Masson, 1997.
- W. Rudin, *Analyse fonctionnelle*, Ediscience.
- K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, sixth edition, 1995.

A2 Théorie géométrique de la mesure et outils d'analyse multi-échelle

Premier Semestre

Enseignant : Stéphane Seuret

Dans ce cours, on verra tout d'abord toutes les notions fondamentales de dimension utilisées en analyse : dimension de boîte, de packing, de Hausdorff. On appliquera ces notions à l'étude des propriétés multi-échelles d'ensembles dits "auto-similaires" et d'ensembles fractals.

Dans un deuxième temps, on construira des bases d'ondelettes continues et discrètes. Les ondelettes sont un outil d'analyse qui a de nombreuses applications, notamment au traitement du signal et de l'image. On en étudiera certaines d'entre elles. On démontrera des caractérisations par ondelettes des espaces fonctionnels classiques (Lebesgue, Hölder, Besov).

Enfin, on fera le lien entre les deux premières parties du cours en étudiant les propriétés d'échelles des fonctions génériques dans des espaces fonctionnels.

Le cours se terminera, au choix par les étudiant.e.s, par l'un des sujets suivants :

1. Analyse multifractale de fonctions remarquables : Fonctions de Bolzano, de Riemann, de Polya, séries de Davenport
2. Introduction aux méthodes d'ubiquité pour le calcul de dimensions d'ensembles limsup
3. Analyse multifractale des processus de Lévy, application à l'équation de Burgers
4. Analyse multivariée

Bibliographie :

- I. Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics 1992.
- K. Falconer. *Fractal Geometry : Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, 1993.
- Y. Meyer. *Ondelettes et opérateurs*. Herman 1990.
- S. Seuret. *Multifractal analysis and wavelets*. New Trends in Applied Harmonic Analysis, Springer, 2016.

A3 Méthodes d'approximation déterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

Premier Semestre

Enseignant : Jacques Printems

Synopsis. Le cours portera sur l'approximation des équations hyperboliques, elliptiques et paraboliques résultant des formules de Chapman-Kolmogorov et de Feynman-Kac pour différents processus stochastiques.

Nous aborderons la théorie de l'approximation déterministe de ces équations (notions hilbertiennes, méthodes de Galerkin, convergence des approximations pour les topologies impliquées par les modèles).

Parallèlement, nous comparerons numériquement sur trois grandes thématiques la qualité de ces approximations déterministes avec celles données par les méthodes de Monte-Carlo.

Ces comparaisons entre techniques déterministes et stochastiques feront l'objet de trois projets notés au cours du semestre, qui détermineront la note finale.

Bibliographie :

- R. Herbin, *Analyse numérique des équations aux dérivées partielles*
<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00637008>
- T. Gallouët et R. Herbin, *Equations aux dérivées partielles*, 17 janvier 2019.
<https://www.i2m.univ-amu.fr/perso/raphaele.herbin/PUBLI/M2edp.pdf>
- N. Wicker, *Cours simulation stochastique*,
<http://math.univ-lille1.fr/~wicker/Cours/coursSimulationAleatoire.pdf>

A4 Analyse et théorie métrique des nombres, applications à l'étude de la performance de modèles de communication

Deuxième Semestre

Enseignant : Faustin Adiceam

Description : La théorie métrique des nombres est une branche de la théorie des nombres qui étudie, d'un point de vue probabiliste, les propriétés d'approximation des nombres réels par des quantités rationnelles. Cette théorie entretient de nos jours des interactions très nourries avec de nombreux domaines fondamentaux (e.g., la théorie ergodique, l'analyse harmonique, la théorie de la mesure) comme appliqués (e.g., la théorie de l'information, la cryptographie, les problèmes de modélisation). Le but du cours sera de présenter quelques-uns des résultats les plus importants dans cette théorie afin d'en étudier les implications en théorie du signal. Plus précisément, des outils théoriques relevant, entre autres, de la géométrie fractale et de l'analyse de Fourier seront développés pour comprendre les propriétés d'approximation des nombres réels. Ces propriétés d'approximation seront ensuite utilisées pour évaluer la performance de réseaux de communication en théorie du signal selon une démarche novatrice apparue ces dernières années.

Le cours soulignera ainsi, exemples à l'appui, quelques-uns des aspects de l'interaction entre théorie des nombres et théorie du signal. Le potentiel d'exploitation de cette interaction demeure encore immense.

Bibliographie :

- Number theory meets wireless communications. Edited by Victor Beresnevich, Alister Burr, Bobak Nazer and Sanju Velani. Mathematical Engineering. Springer, Cham, 2020. (En particulier le chapitre 1).
- Bugeaud, Yann. Approximation by algebraic numbers. Cambridge Tracts in Mathematics, 160. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- Falconer, Kenneth. Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Third edition. John Wiley Sons, Ltd., Chichester, 2014.
- Mattila, Perttu. Fourier analysis and Hausdorff dimension. Cambridge University Press (2015)
- Jafar, Syed. Interference alignment a new look at signal dimensions in a communication network. Found. Trends Commun. Inf. Theory 7 (1) (2011).

A5 Introduction à la Gamma-convergence

Deuxième Semestre

Enseignant : Vincent Millot

L'objet de ce cours est de présenter les principaux concepts de la théorie de Gamma-convergence et de décrire ses applications dans l'étude asymptotique de problèmes variationnels. Dans une première partie, nous présenterons la théorie abstraite de gamma-convergence et les résultats principaux sur la convergence de problèmes variationnels. Dans une deuxième partie, nous illustrerons la théorie dans le cadre de problèmes variationnels unidimensionnels incluant comme exemples la relaxation, l'homogénéisation, les limites de systèmes discrets, ou encore les problèmes de transition de phases.

Mots-clés : calcul des variations, gamma convergence, relaxation, homogénéisation.

Bibliographie :

- A. Braides, *Γ -convergence for beginners*. Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 22. Oxford University Press, Oxford, 2002.
- G. Dal Maso, *Introduction to Gamma-convergence*. Springer.
- E. Giusti, *Direct Method in the Calculus of Variations*. World Scientific.
- R.T. Rockafellar *Convex Analysis*, Princeton University Press.

A6 Equations aux dérivées partielles et laplacien fractionnaire

Deuxième Semestre

Enseignant : Rejeb Hadiji

Ce cours introduit les outils de base à l'étude de l'analyse variationnelle des problèmes non linéaires décrits par les opérateurs non locaux. Dans les dernières années, une attention particulière a été portée à ces problèmes, à la fois pour leur intérêt mathématique et les questions qu'ils soulèvent, mais également pour leurs applications concrètes à la modélisation de nombreux phénomènes physiques.

Le laplacien fractionnaire fait partie de cette famille d'opérateurs non locaux, il peut être défini par l'analyse de Fourier, le calcul fonctionnel, les intégrales singulières ou les processus de Lévy.

On abordera dans ce cours :

- les espaces de Sobolev fractionnaires
- l'opérateur laplacien fractionnaire
- les espaces de Sobolev fractionnaires adaptés à l'étude de l'opérateur $(-\Delta)^s$ avec une condition de Dirichlet.
- l'analyse des problèmes elliptiques fractionnaires ayant des non-linéarités sous-critiques, via des méthodes variationnelles classiques ainsi que quelques résultats concernant les équations fractionnaires critiques
- les applications physiques, permettant de voir comment ces divers sujets sont liés à d'autres domaines telles que la topologie, l'analyse fonctionnelle, la physique mathématique.

Ce cours s'adresse donc aux étudiants du master 2 Mathématiques et Applications intéressés par les EDP et leurs nombreuses applications.

Bibliographie :

- R. A. Adams and J. F. Fournier, Sobolev spaces, Second edition, (2003).
- M. Bonforte, Y. Sire, J.L. Vazquez Existence, uniqueness and asymptotic behaviour for fractional porous medium equations on bounded domains, **35(12)**, 5725-5767, (2015).
- A. Hubert, R. Schäfer Magnetic Domains, The analysis of magnetic microstructures, no 18, *Springer*, (2009).
- G. Molica Bisci, V. Radulescu, R. Servadei Variational method for nonlocal fractional Problems, *Cambridge University Press*, (2016).

ACT1 Estimation empirique - valeurs extrêmes

Premier Semestre

Enseignante : Emmanuel Clément

Objectifs (en termes de savoir-faire) :

- Modéliser des maxima et dépassements de seuils,
- Estimer des quantiles extrêmes.

Programme succinct :

- Statistique d'ordre, estimation de quantiles, diagrammes quantile/quantile.
- Convergence des maxima (cadre univarié), domaines d'attraction, lois GED.
- Dépassements de seuil, lois GPD.
- Estimation des paramètres de lois extrêmes, maxima par blocs, dépassement de seuils, estimateurs de Hill et Pickands, applications avec R.
- Processus ponctuels et valeurs extrêmes.
- Cadre multivarié.

Compétences acquises (directes/indirectes) :

- Comportement asymptotique des maxima et dépassements de seuils et applications à la gestion des risques
- Analyse de jeux de données avec le logiciel R : estimation, tests, choix de modèles

ACT2 Anonymisation et équité algorithmique

Second Semestre

Enseignants : Claire Lacour et Mohamed Hebiri

L'utilisation de l'IA a modifié nos comportements mais a également ouvert de nouveaux questionnements sociétaux. En particulier, la protection de la vie privée et l'équité sont devenues des enjeux cruciaux. Des systèmes de recommandation qui respectent notre intimité aux algorithmes de prêt bancaire exempts de biais, ces concepts façonnent l'avenir de la technologie éthique.

L'objectif de ce cours est de

- initier et comprendre les problématiques de la confidentialité des données et de l'équité algorithmique
- connaître le rôle de l'aléatoire dans la confidentialisation
- reconsidérer les méthodes usuelles en statistiques avec l'optique de l'anonymat et de l'équité algorithmique

Une partie importante du cours sera dédiée au concept de la confidentialité différentielle et à l'introduction des différentes notions utilisées d'équité algorithmique. Nous aborderons à la fois les aspects numériques et théoriques relatifs à ces deux problématiques majeures.

MI1 Fondements des sciences de données

Premier Semestre

Enseignants : Thomas Bonis et Théo Lacombe

Le machine learning est omniprésent dans notre société allant des assistants vocaux aux voitures autonomes, en passant par les diagnostics médicaux automatisés. Mais comment ces systèmes apprennent-ils réellement ? Ce cours donne les outils mathématiques et informatiques permettant de comprendre comment les algorithmes sont entraînés à partir des données.

Ce cours d'introduction au machine learning offre une exploration approfondie des algorithmes de base de l'apprentissage automatique. Les étudiants découvriront des concepts clés tels que la régression, la classification, et le clustering. Le programme couvre les fondements statistiques, l'algèbre linéaire appliquée, et l'optimisation numérique essentiels au machine learning. Les algorithmes fondamentaux comme la régression linéaire, les arbres de décision, les forêts aléatoires seront étudiés en détail. Le cours met l'accent sur l'implémentation pratique en Python, utilisant des bibliothèques comme NumPy, Pandas, et Scikit-learn.

MI2 Sciences de données avancées

Second Semestre

Enseignants : Mohamed Hebiri et Théo Lacombe

Ce cours s'inscrit dans la continuité logique du cours *Fondements des sciences de données*. S'appuyant sur les connaissances acquises lors de cette initiation, l'objectif est d'approfondir et d'analyser des techniques plus avancées d'apprentissage statistique. Le programme couvre notamment les SVM et, plus généralement, les méthodes basées sur des problèmes d'optimisation convexe en classification. Les réseaux de neurones multicouches et les réseaux de neurones convolutifs (CNN) sont également introduits, permettant aux étudiants d'apprendre à les implémenter et à les optimiser.

Deux notions novatrices sont de plus présentées dans ce cours :

1. La prédiction conformale, qui vise à produire des ensembles de prédiction avec une garantie de couverture prédéfinie, sous des hypothèses minimales sur le modèle.
2. La réduction du coût computationnel et énergétique des algorithmes d'apprentissage, en particulier pour les réseaux de neurones. Les étudiants mesureront la consommation énergétique de leurs algorithmes à travers des problèmes concrets, appréhendant ainsi l'impact environnemental de l'entraînement des modèles d'apprentissage automatique.

Cette approche permet aux étudiants de développer une compréhension approfondie des techniques avancées tout en les sensibilisant aux enjeux actuels de fiabilité et de durabilité en intelligence artificielle.

X Modélisation probabiliste et statistique pour l'épidémiologie

Second Semestre

Enseignant : Viet Chi Tran

L'objet de ce cours est d'introduire et d'étudier des modèles probabilistes de propagation d'épidémies dans des populations, ainsi que leursendants déterministes. Egalement, nous aborderons la question des données et du traitement statistique de celles-ci.

Dans une première partie, nous présenterons un modèle compartimental : le modèle SIR, dont Kermack et McKendrick ont étudié une formulation par des équations différentielles ordinaires au début du 20ème siècle. Nous introduirons en particulier les outils probabilistes impliqués pour le décrire et l'analyser (processus de comptage, théorèmes limites et approximation par des processus de branchement, définition du nombre de reproduction R_0 pour ce modèle...) Puis, nous aborderons les problèmes statistiques qui lui sont associés (estimation des paramètres, prévisions, calcul de probabilités rares...). Une problématique récurrente en épidémiologie est que la propagation de l'épidémie n'est souvent que partiellement observée.

Dans une seconde partie, nous aborderons des raffinements de ce modèle compartimental : introduction de structure (par exemple, âge ou géographie), modèles de ménages. Nous étudierons aussi les modèles où l'épidémie se propage le long d'un réseau social. Une incursion dans la théorie des graphes et les questions statistiques associées à la reconstruction de ces structures sera faite.

Bibliographie :

- F. Ball, T. Britton, E. Pardoux, C. Laredo, D. Sirl, V.C. Tran. *Stochastic Epidemic Models with Inference*. Springer. Mathematical Biosciences subseries, Vol. 2255 (2019).