Université Gustave Eiffel **Université Paris-Est Créteil**

Master MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

Année universitaire 2025-2026

Le master recherche “Mathématiques et Applications” est une des deux spécialités du master de mathématiques de l’université Gustave Eiffel. Il est organisé en co-accréditation avec l’Université Paris-Est Créteil Val-de-Marne. Cette brochure décrit la seconde année M2.

Responsable du Master à Marne-la-Vallée : Marco Cannone (marco.cannone@univ-eiffel.fr)
Responsable du Master à Créteil Val-de-Marne : Vincent Millot (vincent.millot@u-pec.fr)

Correspondant à Marne-la-Vallée : Paul Gassiat (paul.gassiat@univ-eiffel.fr)
Correspondant à Marne-la-Vallée : Mohamed Hebiri (mohamed.hebiri@univ-eiffel.fr)
Correspondant à Marne-la-Vallée : Laurent Hauswirth (laurent.hauswirth@univ-eiffel.fr)

Correspondante à Créteil Val-de-Marne : Sophie Laruelle (sophie.laruelle@u-pec.fr)
Correspondant à Créteil Val-de-Marne : Jacques Printems (jacques.printems@u-pec.fr)
Correspondant à Créteil Val-de-Marne : Stéphane Sabourau (stephane.sabourau@u-pec.fr)

Secrétariat : Stéphanie Cogny (stephanie.cogny@univ-eiffel.fr)
Tél. 01 60 95 75 32, Fax. 01 60 95 75 49
Université Gustave Eiffel
UFR de Mathématiques
5 Boulevard Descartes
Cité Descartes, Champs-sur-Marne
77 454 Marne-la-Vallée CEDEX 2

Présentation de la deuxième année de master

La deuxième année du master "Mathématiques et Applications" propose aux étudiants une double formation en analyse et en probabilités et des possibilités de spécialisation dans divers domaines proches des applications industrielles. Les étudiants peuvent choisir l'un des quatre parcours suivants, les numéros d'unités d'enseignement (UE) renvoyant à la liste de la page 4.

Parcours Mathématiques de la Finance et des Données (MFD) Ce parcours présente les techniques de quantification et de couverture des risques sur les marchés financiers ainsi que des méthodes pour l'analyse de données et l'apprentissage. On y présente dans un premier temps les outils mathématiques permettant la modélisation des titres financiers (calcul stochastique, séries temporelles). L'utilisation de ces techniques et des méthodes d'apprentissage statistique pour la valorisation et la gestion des risques est détaillée dans un second temps et complétée par le transfert d'expérience de professionnels de salles de marché. Un accent tout particulier est porté sur l'étude des méthodes numériques probabilistes qui permettent l'évaluation et la couverture des outils financiers correspondants, et qui sont également très utilisées en apprentissage de données. Les spécificités de ces méthodes pour leur application au secteur des assurances, des taux d'intérêt, du risque de crédit, du trading haute fréquence, de l'énergie sont détaillées. Les effectifs de ce parcours sont limités à une vingtaine d'étudiants.

Le projet Mathrisk, équipe de recherche commune à l'Université Gustave Eiffel, l'Ecole des Ponts ParisTech et l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique), participe à l'encadrement scientifique de ce parcours. Cette équipe développe en particulier un logiciel de valorisation des risques financiers en partenariat avec le milieu professionnel.

Parcours Probabilités et Statistiques des Nouvelles Données (PSND) Ce parcours s'appuie d'une part sur l'équipe de recherche en probabilité et statistique du *Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées*, laboratoire commun aux Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil, et d'autre part sur des intervenants extérieurs issus du monde professionnel. Il présente l'avancée actuelle des méthodes probabilistes et statistiques en lien avec le traitement de l'information. Avec l'essor de la récolte massive de données (traitement du langage, vision, santé, écologie, marketing, scoring,...), le champ d'application des méthodes présentées dans ce parcours est très vaste. Le master insiste en particulier sur les problématiques récentes de modélisation, de simulations numériques, d'inférence statistique et d'apprentissage statistique (sélection de modèles, machine learning...) et initie aux bases de données non structurées.

Ce parcours donne également la possibilité de suivre la formation en apprentissage (FA) – pour marquer la différence, nous notons FI la formation initiale sans apprentissage.

Avec ou sans apprentissage, le master vise principalement à l'insertion professionnelle (même si une partie des étudiants de la FI peut s'orienter vers une thèse académique ou encore vers une CIFRE). La formation répond aux exigences modernes du monde professionnel puisque nous proposons, entre autres, des enseignements orientés vers le traitement du langage, la vision par ordinateur, la confidentialité et l'équité algorithmique, et nous nous engageons par ailleurs à la sensibilisation des étudiants à la question de la transition écologique et du développement durable.

Parcours Analyse et Applications Ce parcours est destiné aux étudiants intéressés par tous les aspects de l'analyse et son utilisation pour la modélisation de phénomènes physiques. Il est centré sur des thématiques développées dans les équipes de recherche des Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil. Il permet d'initier les étudiants aux techniques les plus récentes de l'analyse, notamment l'analyse harmonique et de Fourier, l'analyse multi- échelle et les fractales, les équations aux dérivées partielles et le calcul des variations.

Un accent particulier peut être mis, suivant le goût de chacun et le choix des options, sur l'etude d'équations d'évolution (issues de la physique et de la finance), sur la modélisation mathématique, sur l'analyse numérique et sur le traitement du signal et l'analyse et synthèse d'image.

Parcours Mathématique et Informatique Ce parcours se situe à l'interface entre mathématiques et informatique, avec des exigences fortes dans les deux disciplines. Il repose sur le cadre du Labex Bézout commun aux trois laboratoires de recherche en mathématiques et en informatique du site Paris-Est : le LAMA, le LIGM et le CERMICS. Le calendrier et les modalités de contrôle de ce parcours sont différents de ceux des trois parcours précédents.

Après une période de quatre semaines consacrées à consolider le socle de connaissances des étudiants en mathématiques et informatique, la formation se poursuit avec des cours de base en optimisation discrète et continue, en géométrie et combinatoire et en Science des données. Au deuxième semestre, deux cours spécialisés optionnels sont à choisir parmi "Apprentissage profond", "Matrices aléatoires", "Combinatoire" et "Géométrie avancée et théorie des graphes". Les cours sont enseignés en anglais. Pour plus d'informations, voir la page `https://labex-bezout.fr/math-cs-track/`

Les quatre parcours ci-dessus sont donnés à titre indicatif et d'autres choix sont possibles. En particulier, la variété des cours permet à de futurs **candidats à l'agrégation** de consolider leur culture mathématique tout en s'ouvrant à la modélisation.

Conditions d'admission et modalités d'inscription

La deuxième année du master "Mathématiques et Applications" s'adresse aux étudiants ayant validé une première année de master en mathématiques pures ou appliquées ou justifiant d'un niveau équivalent, ainsi qu'aux élèves des Grandes Écoles. Les étudiants sont admis sur dossier. Ils doivent préciser le ou les parcours qu'ils envisagent de suivre, sachant que les effectifs du parcours MFD sont limités à une vingtaine d'étudiants. Dans le cas où les informations contenues dans le dossier ne permettraient pas de conclure, les candidats pourront être convoqués pour un entretien.

Les candidatures se font en ligne, sur le site `https://candidatures.univ-eiffel.fr/`.

En cas de difficulté pour candidater par ce moyen, prendre contact avec le secrétariat (`stephanie.cogny@univ-eiffel.fr`, tél 01 60 95 75 32).

Les candidats admis s'inscrivent administrativement dans l'un des deux établissements cohabilités (Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil).

Une **réunion d'information** aura lieu **le lundi 8 septembre 2025**.

Organisation pédagogique

Le master est organisé en deux semestres. Les cours commencent **le lundi 8 septembre 2025**.

Les cours du premier semestre sont principalement des cours fondamentaux, ouvrant la voie aux cours plus spécialisés proposés au second semestre. Des séances de perfectionnement en informatique (C++) sont également prévues. Le deuxième semestre est consacré d'une part aux cours plus spécialisés (de janvier à mars) et, d'autre part, à un stage ou mémoire d'initiation à la recherche. La liste de cours donnée dans cette brochure a un caractère indicatif et pourra être modifiée dans le courant du premier semestre, en fonction des effectifs et des vœux des étudiants.

Chaque parcours est composé d'un socle d'enseignements obligatoire comptant pour 18 ECTS. Ce socle doit être complété par 4 autres cours à 6 ECTS chacun, dont au moins 3 dans le parcours correspondant. Le stage ou mémoire de fin d'étude comptabilise 18 ECTS.

Les étudiants peuvent, dans la limite d'un cours de 6 ECTS, et sous réserve de l'accord du responsable du master, suivre un cours dans d'autres masters recherche de l'Université Gustave Eiffel ou même dans des masters recherche extérieurs.

Le stage d'initiation à la recherche commence au mois d'avril. Ce stage (ou mémoire) peut avoir lieu dans une équipe de recherche universitaire ou dans un laboratoire de recherche appliquée d'un organisme public ou d'une entreprise. Le stage donne lieu à une soutenance et compte pour 18 ECTS (parcours Analyse et parcours Proba-stats) et pour 15 ECTS (parcours Finance).

Contrôle des connaissances et obtention du diplôme

Chaque cours est sanctionné par un examen final ou la réalisation d'un projet. Dans chaque parcours, pour obtenir le diplôme, un étudiant doit avoir une moyenne hors stage au moins égale à 10 et une note de stage au moins égale à 10.

Débouchés

Certains cours étant nettement orientés vers les applications, en particulier ceux des parcours **MFD** et **PSND**, les étudiants peuvent trouver, à l'issue du master, des débouchés en entreprise. Les secteurs d'applications concernés sont la finance et l'assurance (analyse quantitative, évaluation des risques, validation de modèles, structuration etc.), le traitement statistique de données (marketing web, assurances, etc.), les problèmes d'évolution issus de la physique. Dans ces secteurs, les besoins sont importants au sein des organismes de recherche, des grandes entreprises industrielles, des assurances et des banques.

Certains étudiants, en particulier ceux qui se destinent à la carrière de chercheur ou d'enseignant-chercheur, peuvent s'orienter vers la préparation d'une thèse. La thèse peut être préparée dans une des équipes de recherche associées au master (le Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées (UMR 8050 CNRS) des Universités Gustave Eiffel et de Paris-Est Créteil et le Laboratoire d'Informatique Gaspard Monge de l'Université Gustave Eiffel).

Pour les diplômés admis à préparer une thèse, divers financements peuvent être envisagés (contrats doctoraux du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, bourses C.I.F.R.E., ...). Les contrats doctoraux du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche sont attribuées par l'intermédiaire des écoles doctorales. Le master a des relations privilégiées avec l'école doctorale *Mathématiques et STIC* des Universités Gustave Eiffel et Paris-Est Créteil.

Liste des UE (contenu détaillé dans les pages suivantes)

UE du parcours Mathématiques de la Finance et des Données (MFD)

MFD-1 Tronc commun finance (27 ECTS)

- **MFD0** Introduction au langage C++
- **MFD1** Calcul stochastique
- **MFD2** Outils mathématiques pour la finance
- **MFD3** Algorithmes stochastiques et chaînes de Markov discrètes
- **MFD4** Modèles de taux d'intérêt

MFD-2 Mathématiques financières approfondies (18 ECTS)

Il faut valider 3 cours à 6 ECTS dont au moins 2 parmi :

- **MFD5** Données Haute Fréquence en finance
- **MFD6** Mesures de risque en finance
- **MFD7** Modélisation et calibration
- **MFD8** Méthodes numériques et produits structurés en actuariat
- **MFD9** Apprentissage statistique et applications
- **MFD10** Modèles fractionnaires en finance
- **P1** Architecture Big data
- **A3** Méthodes d'approximation déterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

UE du parcours Probabilités et Statistiques des Nouvelles Données (PSND) *(La mention FI ou FA suggère que le cours n'est proposé qu'aux étudiants de la formation sans apprentissage ou de la formation avec apprentissage, respectivement)*

PS1 Tronc commun Probabilités et Statistiques (12 ECTS)

Il faut valider au moins 2 cours à 6 ECTS parmi les trois unités suivantes :

- **P1** Architectures Big data
- **P2** Statistique en grande dimension
- **MFD1** Calcul stochastique (*FI uniquement*)

PS2 Enseignements approfondies (24 ECTS)

Il faut valider 4 cours à 6 ECTS parmi :

- **P3** Simulation et copules
- **P6** Cas d'usage en lien avec le développement durable
- **A3** Méthodes d'approximation déterministes et stochastiques
- **ACT1** Estimation empirique - valeurs extrêmes
- **ACT2** Confidentialité et équité algorithmique
- **MFD3** Algorithmes Stochastiques et Chaînes de Markov Discrètes
- **MFD9** Apprentissage statistique et applications
- **MFD10** Modèles fractionnaires en finance (*FI uniquement*)

MI1 Fondements des sciences de données

MI2 Science des données avancées

X Modélisation probabiliste et statistique pour l'épidémiologie

PS3 Enseignements de spécialisation (3 ECTS)

Il faut valider 1 cours à 3 ECTS parmi :

P4 Vision par ordinateur, traitement du langage et IA générative

P5 Architectures, entraînement et théorie des réseaux profonds

Note Tous les étudiants participent à un Hackathon sur 2 jours. Les étudiants de FI effectuent un stage de 3 à 6 mois pendant la période du 1^{er} avril au 30 septembre. En ce qui concerne les étudiants de FA, ils sont en apprentissage toute l'année avec un rythme d'apprentissage de 2 jours en entreprise au premier semestre, 3 jours en entreprise au second semestre, et une présence tous les jours en entreprise pendant les vacances scolaires et à partir du mois de mai. Les étudiants de FA doivent également suivre une UE intitulée *Projets* de manipulation de données, encadré par un intervenant du secteur privé, pendant les mois d'avril et mai.

UE du parcours Analyse et Applications

AA1 Tronc commun Analyse (18 ECTS)

A1 Outils d'analyse et équations aux dérivées partielles

A2 Théorie géométrique de la mesure et outils d'analyse multi-échelle

AA2 Cours d'analyse approfondie et applications (24 ECTS)

Il faut valider 4 cours à 6 ECTS dont au moins 2 parmi :

A3 Méthodes d'approximation deterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

A4 Analyse diophantienne et multifractale

A5 Analyse semi-classique et fonctions propres du Laplacien

A6 Equations elliptiques

A7 Analyse microlocale

MFD1 Calcul Stochastique

Premier Semestre
Enseignant : Paul Gassiat

Le but de ce cours est de présenter les processus stochastiques à temps continu usuels et leurs principales propriétés. Ces processus permettent de modéliser par exemple le cours des titres financiers. Le lien avec les méthodes de Monte Carlo, les applications en finance et les équations aux dérivées partielles seront également discutées.

— Mouvement brownien : construction, régularité et propriétés des trajectoires.
— Martingales à temps continu, temps d'arrêt et théorème d'arrêt.
— Variation quadratique, intégrale stochastique et formule d'Itô.
— Équations différentielles stochastiques à coefficients lipschitziens. Liens avec les équations aux dérivées partielles : formule de Feynman-Kac.

Bibliographie :

— N. Bouleau, *Processus Stochastiques et Applications*, Hermann (1988).
— F. Comets, M. Meyre, *Calcul stochastique et modèles de diffusions*, Dunod (2006).
— J. Hull, *Options, futures and other derivatives*, Prentice Hall (2006).
— I. Karatzas, S. Shreve, *Brownian motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag (1987).
— D. Lamberton, B. Lapeyre, *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*, 2nde édition, Ellipses (1997).
— R. Portait, P. Poncet *Finance de marché*, 2nde édition, Dalloz (2009). Springer (1997).
— D. Revuz, M. Yor, *Continuous martingales and Brownian motion*, Springer-Verlag (1991).

Connaissances préalables requises : Théorie de la mesure et calcul des probabilités (voir, par exemple le livre *L'essentiel en théorie des probabilités* de J. Jacod et P. Protter, Vuibert, 2003).

MFD2 Outils mathématiques pour la finance

Premier Semestre
Enseignante : Emmanuelle Clément

Le but de ce cours est de présenter les principales méthodes quantitatives de valorisation de produits dérivés modélisés par des processus en temps discret ou continu, en mettant en avant les hypothèses sous-jacentes aux méthodes de valorisation et aux choix de modélisation. Les problématiques de calibration des modèles et les méthodes numériques de valorisation seront également abordées.

- Rappels : espérance conditionnelle, martingales en temps discret.
- Modélisation en temps discret.
  - Marchés et produits dérivés.
  - Théorie de l'arbitrage : comparaison de portefeuilles et parité Call Put.
    Lien avec la théorie des martingales.
  - Etude du modèle binomial, valorisation risque neutre et couverture d'options.
- Modélisation en temps continu.
  - Etude du modèle de Black Scholes : valorisation par méthodes de Monte Carlo et par EDP.
    Construction du portefeuille de couverture. Calcul des grecques.
  - Modèles à volatilité locale.
  - Modèles à volatilité stochastique.
  - Schémas de discrétisation et valorisation.

Bibliographie :

- B. Bouchard, J.-F. Chassagneux, Valorisation de produits dérivés - Des théorèmes fondamentaux à la couverture sous contrainte de risque, Economica (2013).
- N. El Karoui, E. Gobet, Les outils stochastiques des marchés financiers : une visite guidée de Einstein à Black-Scholes, (2011).
- D. Lamberton, B. Lapeyre, Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance, 2nde édition, Ellipses, (1997).
- S. Shreve, Stochastic Calculus for Finance Volume II : Continuous-Time Models, (2004).

MFD3 Algorithmes stochastiques et chaînes de Markov discrètes

Premier Semestre
Enseignants : Miguel Martinez, Julien Brémont

— La première partie de ce cours est une introduction aux méthodes algorithmiques de Monte-Carlo pour le calcul d'espérances.
— La seconde partie est une introduction aux chaînes de Markov discrètes et aux algorithmes markoviens.

Partie I : Introduction aux Méthodes de Monte-Carlo

1. Moyenne empirique de variables aléatoire indépendantes et identiquement distribuées : convergence et intervalles de confiance.
2. Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, fonction d'importance, conditionnement, techniques de stratification.
3. Calcul d'espérances conditionnelles (régression, quantification,...), algorithme de Longstaff–Schwartz.
4. Suites à discrépances faibles : éléments théoriques et exemples classiques.
5. Introduction aux algorithmes stochastiques : méthodes de Robins-Monro, Kiefer–Wolfowitz.

Bibliographie :

— Paul Glasserman. *Monte Carlo methods in financial engineering*, volume 53 of *Applications of Mathematics (New York)*. Springer-Verlag, New York, 2004.
— Emmanuel Gobet. *Méthodes de Monte-Carlo et processus stochastiques : du linéaire au non-linéaire*, Éditions de l'École Polytechnique, 2013.
— Bernard Lapeyre, Etienne Pardoux, et Rémi Sentis. *Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion*, volume 29 de *Mathématiques & Applications (Berlin)*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
— Marie Duflo, *Algorithmes stochastiques*, volume 23 de *Mathématiques & applications*, Springer Springer-Verlag, Berlin, 1997.

Partie II : Chaînes de Markov à espace d'états discret

1. Divers exemples.
2. Cadre discret. Matrice de transition, équation de Chapman-Kolmogorov, mesures invariantes, propriétés de Markov et de Markov forte. Irréductibilité, apériodicité.
3. Chaînes de Markov finies. Théorèmes limites.
4. Chaînes de Markov dénombrables. Classification des états. Marches aléatoires. Chaînes de Markov réversibles et réseaux électriques. Théorèmes ergodiques.
5. Simulation par chaîne de Markov. Méthode de Monte Carlo par chaînes de Markov, algorithme de Metropolis, recuit simulé, algorithme de Propp-Wilson. Exemples. Vitesse de convergence.

Bibliographie :

— Michel Benaim et Nicole El Karoui. *Promenade aléatoire. Chaînes de Markov et simulations ; martingales et stratégies*, Éditions de l'École Polytechnique, 2004.
— Peter G. Doyle et J. Laurie Snell *Random walks and electric networks*, Mathematical Association of America, Carus Monographs series, 1984. En libre accès sur internet.
— Wolfgang Woess *Denumerable Markov chains*, Textbooks in Mathematics, 2009.

MFD4 Modèles de taux d'intérêt

Deuxième Semestre
Enseignants : Vlad Bally, Damien Lamberton et Christophe Michel.

Le but du cours est de présenter aux étudiants une introduction aux modèles usuels employés dans la théorie des taux d'intérêt. Trois classes de modèles se sont imposées. Le point de vue le plus ancien explique le comportement des taux d'intérêt par le taux court (instantané). Une multitude de modèles pour la dynamique du taux court ont été proposés, une des motivations principales étant leurs aptitudes diverses pour la calibration. Mais les modèles de taux court ont le désavantage de ne pas pouvoir expliquer l'évolution des zéro coupons en toute généralité. Une nouvelle génération de modèles est apparue : tout d'abord, le modèle de Heath-Jarrow-Merton (HJM), basé sur les *taux forward*, qui réalise une modélisation en toute généralité et a en plus des vertus du point de vue de la calibration. Puis, les "market models" - celui de Brace-Gatarek-Musiela (BGM), mais aussi celui de Jamishdian - qui focalisent leurs intérêt sur un certain type de produits financiers et établit une modélisation dans laquelle le calcul du prix de ce type de produit se fait par formules explicites.

Plan du cours
Partie 1. Modèles de taux court.
a. Présentation générale : zéro coupons, taux courts, taux forward instantanés.
b. L'équation de structure. Approche EDP et approche martingale.
c. Modèles courants de taux courts : Vasicek, Ho et Lee, Hull et White, Cox-Ingersol-Ross.
d. Modèles multi-facteurs.
e. Modèles à structure affine.
Partie 2. Modèle de Heath-Jarrow-Merton (HJM).
a. Modélisation martingale et condition de dérive de HJM.
b. Changement de numéraire et probabilités forward.
c. Formule de Black.
d. Evaluation du prix des produits courants : Caps, floors, swaps et swaptions. Taux swap.
Partie 3. Modèles de marché. Le modèle de Brace-Gatarek-Musiela (BGM).

Bibliographie :

— Björk T. (1998), *Arbitrage Theory in Continuous Time*, Oxford University Press.
— Björk T.(1997), *Interest Rate Theory*, in Runggaldier (ed.) *Financial Mathematics,* Springer Lecture Notes in Mathematics **1656**. Springer Verlag, Berlin.
— Brigo D. et Mercurio F., *Interest rate models, theory and practice*, Springer Finance, 1998.
— Lamberton D., Lapeyre B. (1997), *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*, 2nde édition, Ellipses.

MFD5 Données haute fréquence en finance

Deuxième Semestre
Enseignante : Sophie Laruelle.

Dans une première partie, nous nous intéresserons à l'électronification des marchés, à leur évolution suite aux régulations des années 2000 aux États-Unis et en Europe et nous expliquerons les mécanismes du carnet d'ordres. Nous analyserons ensuite des indicateurs intraday, des relations entre des indicateurs journaliers (telle que la relation volatilité/bid-ask spread qui est différente en fonction du pas de cotation) et la façon dont estimer la volatilité et la corrélation à haute fréquence puisque les estimateurs classiques ne fonctionnent pas.

Dans une seconde partie, nous rappellerons les résultats de convergence et de vitesse des algorithmes stochastiques, puis nous montrerons comment utiliser les descentes de gradient stochastiques pour construire des algorithmes de trading. Puis nous présenterons les processus de Hawkes et leurs généralisations, ainsi que leur utilité en microstructure pour modéliser l'évolution des prix et du carnet d'ordres tout en conservant les faits stylisés introduit dans la première partie. Enfin, nous nous intéresseront au problème d'exécution optimale pour acheter ou vendre un volume important de titres sur les marchés financiers (liquidation de portefeuille). Lorsque l'on place un ordre de taille significative sur le marché, il faut prendre en compte son impact sur le prix de cotation. En particulier, son coût n'est plus simplement proportionnel à son volume. Pour limiter son impact et son coût, il est généralement préférable de découper cet ordre en plusieurs ordres de taille plus petite. Pour comprendre et quantifier cela, nous présenterons des modèles de « price impact » dans lesquels nous chercherons à identifier des stratégies d'exécution optimales. Nous commencerons pas le modèle linéaire de Bertsimas et Lo et d'Almgren et Chriss avant de considérer des modèles plus sophistiqués.

Des applications sur données réelles seront faites au fur et à mesure du cours pour illustrer les différents faits stylisés et méthodes présentés.

Bibliographie

1. Frédéric Abergel, Marouane Anane, Anirban Chakraborti, Aymen Jedidi et Ioane Muni Toke, *Limit Order Books*, Cambridge University Press, 2016.
2. Robert Almgren et Neil Chriss, *Optimal execution of portfolio transactions*, J. Risk, 2000.
3. Agostino Capponi et Charles-Albert Lehalle, *Machine Learning and Data Sciences for Financial Markets A Guide to Contemporary Practices*, Cambridge University Press, 2023.
4. Álvaro Cartea, Sebastian Jaimungal et José Penalva, *Algorithmic and High-Frequency Trading*, Cambridge University Press, 2015.
5. Olivier Guéant, *The Financial Mathematics of Market Liquidity From Optimal Execution to Market Making*, Chapman and Hall/CRC Financial Mathematics, 2016.
6. Sophie Laruelle et Charles-Albert Lehalle, *Market Microstructure in Practice*, 2nd edition, World Scientific, 2018.
7. Anna Obizhaeva et Jiang Wang, *Optimal trading strategy and supply/demand dynamics*, J. Financial Markets, 2013.

MFD6 Mesures de risque en finance

Premier Semestre
Enseignants : Aurélien Alfonsi et Lokman Abbas-Turki

La maîtrise des risques est au cœur des préoccupations du monde bancaire comme en témoigne les recommandations du Comité de Bâle sur le contrôle bancaire (Convergence nationale de la mesure et des normes de fonds propres). La mise en œuvre des recommandations se traduit également par des recrutements dans les services de contrôle des risques des banques. Le but de ce cours est de présenter dans une partie théorique les outils de mesure des risques concernant la salle de marché et la gestion du portefeuille d'actifs. Les principaux thèmes théoriques seront : les mesures de risques monétaires et la représentation des mesures de risque convexes, la théorie des valeurs extrêmes et la représentation multidimensionnelle des risques via les copules. Dans une deuxième partie pratique, des intervenants de la Société Générale présenteront les méthodes utilisées par les différents départements pour évaluer le risque financier.

Le programme peut être consulté sur le site : `http://cermics.enpc.fr/~alfonsi/mrf.html`.

Le cours est financé par la "Chaire Risques Financiers" de la Société Générale, l'Ecole Polytechnique et l'Ecole des Ponts. Il est commun avec le Master Probabilités et Applications de Paris 6.

Bibliographie :

— Basel Committee on Banking supervision. *International convergence of capital measurement and capital standards.*
— Föllmer H. and A. Schied (2004) *Stochastic finance. An introduction in discrete time.* De Gruyter Studies in Mathematics **27**, 2004.
— McNeil A.J., R. Frey and P. Embrechts *Quantitative risk management. Concepts, techniques and tools.* Princeton Series in Finance, 2005.
— Roncalli T. *La gestion des risques financiers.* Economica. 2004.

MFD7 Modélisation et calibration

Deuxième Semestre
Enseignante : Emmanuelle Clément

Les modèles à trajectoires continues ne sont pas toujours adaptés aux données financières et de nombreuses études empiriques ont mis en évidence la présence de sauts dans l'évolution des actifs financiers. Le but de ce cours est de présenter quelques modèles financiers avec sauts. Les processus de Lévy ainsi que le calcul stochastique avec sauts seront introduits. Différents modèles à sauts seront étudiés. Pour ces modèles, l'absence d'arbitrage sera discutée et des méthodes de valorisation de produits dérivés seront proposées.

- Processus de Poisson. Processus de Poisson composé.
- Modèle de Black-Scholes avec sauts, modèle de Merton, modèle de Kou.
- Processus de Lévy. Définition, propriétés, simulations.
- Mesures aléatoires de Poisson. Théorème de représentation d'Itô.
- Calcul stochastique avec sauts.
- Modèle exponentiel de Lévy. Arbitrage, valorisation, calibration.

Bibliographie :

- R. Cont, P. Tankov, financial modelling with jump proceesses, Chapman & Hall, (2004).
- D. Lamberton, B. Lapeyre, Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance, 2nde édition, Ellipses, (1997).
- K.-I. Sato, Lévy Processes and infinitely Divisible Distributions, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, (2013).

MFD8 Méthodes numériques et produits structurés en actuariat

Deuxième Semestre
Enseignant : Jacques Printems

Ce cours présente un panorama des techniques de structuration de produits financiers en lien avec les problématiques actuarielles du monde de l'assurance (Variable Annuities). Ces produits spécifiques nécessitent des méthodologies de valorisation qui leur sont propres et seront présentées en détail. En particulier, nous étudierons les techniques reposant sur les méthodes numériques afférentes de résolution numérique d'équations aux dérivées partielles et de techniques de Monte Carlo. Le cours sera agrémenté d'exemples pratiques illustrant l'utilisation de ces techniques.

De plus, les compagnies d'assurance sont soumises à des contraintes de solvabilité propres imposées à l'échelle Européenne (Solvabilité 2). Pour cette raison, les calculs de fonds propres nécessaires pour faire face à d'éventuelles dépréciations des encours d'une société soulèvent des problématiques de génération de scenarii économiques, calcul de quantiles et utilisation de méthodes de Monte Carlo avancées (nested Monte Carlo), de méthodes hybrides EDP/Monte Carlo, qui seront présentées dans ce cours.

MFD9 Apprentissage statistique et applications

Premier Semestre
Enseignants : Romuald Elie, Jérémie Jakubowicz et Jean-Yves Audibert

Le but du cours est de présenter les principales méthodes théoriques de l'apprentissage statistique ainsi qu'un large spectre de leurs applications, en particulier pour la gestion de bases de données de taille importante. Le cours sera ponctué d'interventions de professionnels du monde le la donnée, qui viendront présenter des applications opérationnelles de ces méthodes aux domaines de l'actuariat, la finance et le marketing web.

- Fondements théoriques de l'apprentissage statistique : notion de risque et de risque empirique
- Régression logistique et classification
- Dimension de Vapnik, choix de la base de régression
- Méthode des k plus proches voisins, convexification du risque item Réseaux de neurones
- Mise à jour de pondération d'estimateurs et application en gestion de portefeuille.
- Exemples d'applications en Actuariat, Finance et marketing web.

MFD10 Modèles fractionnaires en finance

Deuxième Semestre
Enseignant : Paul Gassiat

Le but de ce cours sera d'introduire et d'étudier les modèles non markoviens en finance, en se concentrant sur les modèles à volatilité fractionnaire dite rugueuse ("rough volatility"). Ces modèles offrent une flexibilité leur permettant de reproduire certaines caractéristiques observées sur les marchés financiers, mais leur étude (ainsi que leur simulation numérique) est délicate et nécessite des techniques particulières, qui s'appuient sur un large éventail d'outils issus de l'analyse stochastique moderne.

Ce cours en présentera certaines facettes, qui seront choisies parmi certains des sujets suivants :

— Pourquoi prendre une volatilité fractionnaire ? Motivation financière.
— Mouvement Brownien fractionnaire : définition, premières propriétés. Modèle "rough Bergomi".
— EDS de type Volterra. Modèle "rough Heston".
— Simulation de rough Bergomi : Cholesky, schéma hybride, approximation markovienne.
— Propriété affine de rough Heston et équations Riccati Volterra.
— Formules asymptotiques (grandes déviations et autres régimes).
— Taux de convergence faible des approximations numériques (et introduction au calcul de Malliavin).
— Processus de Hawkes et convergence vers rough Heston.
— Estimation statistique de la régularité de la volatilité.
— Modèles à mémoire plus généraux : modèles basés sur la signature de trajectoire, modèles de Guyon-Lekeufack, quadratic rough Heston...

P1 Architecture Big Data

Premier Semestre
Enseignant : Roland Trosic

Le but du cours est de présenter les architectures Big Data et de présenter les apports de ces technologies auprès des entreprises.

1. Des systèmes d'information "classiques" au Big Data
2. Les apports du Big Data pour les entreprises
3. Les architectures Big Data dans l'entreprise
4. Bases de données documentaires et distribuées
5. Outils d'analyse et de visualisation
6. Apprentissage automatique
7. Méthodologie de développement de projets Big Data

Les technologies suivantes seront vues dans le cadre du cours : Hadoop, Json, MongoDB, Elastic Search, Microsoft Azure, ML Azure, Python.

Bibliographie :

- Rudi Bruchez (2015) - Les bases de données NOSQL et le Big Data , Editions Eyrolles
- Kristina Chodorow (2013) - MongoDB - The Definitive Guide 2e - O'reilly
- Lemberger, Batty, Morel, Raffaelli (2015) - Big Data et Machine Learning, Broché
- Cointot et Eychenne (2014) - La Révolution Big Data - Dunod
- Owens, Lentz (2014) - Hadoop par la pratique - Broché

Sitographie :

- `http://openclassrooms.com` : site de cours en ligne
- `http://www.mongodb.org` : site institutionnel de la société MongoDB
- `https://www.elastic.co` : site institutionnel de la société Elastic
- `https://aws.amazon.com` : service cloud computing d'Amazon
- `https://azure.microsoft.com/fr-fr` : service cloud computing de Microsoft
- `https://cloud.google.com/` : service cloud computing de Google

P2 Statistique en grande dimension

Premier Semestre
Enseignant : Mohamed Hebiri

Ce cours est constitué en trois parties : résultats classiques en statistique des modèles non-paramétriques ; méthodes d'agrégation ; parcimonie et méthodes pour les données massives.

Il nécessite peu de connaissances particulières en statistique mais une bonne maîtrise des probabilités et de l'algèbre linéaire niveau licence.

Les points abordés dans ce cours seront les suivants :

I. Vitesses asymptotiques pour l'estimation des fonctions, théorie minimax.
- Estimation de densité par noyau, sélection de fenêtre
- Modèle de régression non-paramétrique, estimateur par projection sur une base orthonormée (par exemple série de Fourier), sélection de modèles

II. Agrégation d'estimateurs

III. Parcimonie et régression en grande dimension :
- fléau de la dimension,
- parcimonie dans le modèle de suite gaussienne, seuillage doux et fort
- estimateurs BIC et Lasso

Bibliographie

• Comte, F. (2017). Estimation non-paramétrique. *Spartacus*

• Tsybakov, A. B. (2004). Introduction à l'estimation non-paramétrique. *Springer-Verlag, Berlin.*

• Hastie, T., Tibshirani, R., Wainwright, M. (2015) Statistical Learning with Sparsity. *Chapman and Hall*

• Wainwright, M. J. (2019) High-Dimensional Statistics. *Cambridge University Press*

P3 Simulation et copules

Premier Semestre
Enseignant : Thierry Jeantheau.

Ce cours est aussi une UE du master professionnel *Actuariat*. Il s'adresse à des étudiants ayant déjà reçu un cours de base en probabilités, ayant déjà étudié les chaînes de Markov, et des connaissances du logiciel *R* sont souhaitables. Il présente les différentes méthodes pour simuler par ordinateur des variables alátoires. Le cas des vecteurs aléatoires est aussi traité, et la notion de copule est introduite pour modéliser et simuler des structures de dépendance spécifique. On aborde l'utilisation des données simulées par les méthodes de Monte Carlo, notamment pour le calcul d'intégrale. On présente l'utilisation des chaîne de Markov pour simuler des loi compliquées (méthode MCMC), et en particulier l'algorithme de Metropolis. Enfin, on applique cette méthode pour résoudre des problèmes d'optimisation, en présentant l'algorithme du recuit simulé.

L'accent sera mis sur la mise en pratique de ces méthodes, qui seront programmées par les étudiants, en utilisant le logiciel statistique *R*.

1. Méthodes de simulation des variables et des vecteurs aléatoires.
2. Introduction à la modélisation par les Copules et simulation.
3. Méthodes de Monte Carlo, application aux calculs d'intégrales.
4. Simulation par chaîne de Markov (méthode MCMC), algorithme de Metropolis.
5. Application au problème d'optimisation, algorithme du recuit simulé.

P4 Vision par ordinateur, traitement du langage et IA générative

Deuxième Semestre
Enseignant : Florian Valade

Ce cours vise à former les étudiants aux applications concrètes du deep learning dans des domaines clés comme la vision par ordinateur, le traitement du langage naturel et la génération de contenu (GenAI). Il est résolument orienté ingénierie et s'adresse à celles et ceux qui souhaitent développer et déployer des projets d'IA de manière autonome, notamment en milieu professionnel.

Nous aborderons l'utilisation des modèles modernes dans des cas d'usage variés :

— classification et détection d'objets en vision,
— compréhension et génération de texte en NLP,
— génération d'images, de texte ou de données multimodales avec les modèles de GenAI.

Nous étudierons les différentes phases de développement d'un projet IA : entraînement, fine-tuning, adaptation à une tâche, ainsi que les outils actuels pour entraîner, évaluer et exploiter ces modèles (frameworks, métriques, plateformes). Le cours intégrera également des bonnes pratiques et retours d'expérience sur des cas concrets de projets en entreprise.

P5 Architectures, entraînement et théorie des réseaux profonds

Deuxième Semestre
Enseignant : François Hu

Objectif. Ce cours s'adresse aux étudiants souhaitant acquérir une compréhension solide des bases théoriques du deep learning et des grandes architectures qui structurent aujourd'hui le paysage de l'intelligence artificielle. L'approche est orientée vers la compréhension des principes fondamentaux et des avancées récentes, avec une ouverture sur la recherche.

Contenu. Nous débuterons par l'étude des premiers réseaux de neurones (MLP) et des fondements théoriques de l'apprentissage profond. Nous analyserons les limites de ces architectures classiques sur des tâches complexes, et introduirons les modèles qui ont émergé pour y répondre :

— les réseaux convolutifs (CNN) pour le traitement des images,
— les réseaux récurrents (RNN) pour les séquences temporelles,
— les transformers et leurs variantes pour les données séquentielles et multimodales.

Une attention particulière sera portée à l'évolution des architectures, à leur rôle dans les percées récentes de l'IA, et à leur positionnement dans les problématiques actuelles de la recherche.

P6 Cas d'usage en lien avec le développement durable

Deuxième Semestre
Enseignants : Félix Cheysson et Mohamed Hebiri

L'intelligence artificielle (IA) impacte désormais tous les secteurs d'activité, avec des répercussions environnementales indéniables. Cependant, elle offre également un potentiel considérable pour réduire notre empreinte carbone et optimiser l'exploitation responsable des ressources. En partenariat avec le *Ministère de la Transition Écologique et de la Cohésion des Territoires*, nous proposons un cours innovant visant à sensibiliser les étudiants aux enjeux concrets de l'IA appliquée à l'environnement.

L'objectif est double :

1. Développer des solutions inédites en s'appuyant sur les connaissances acquises durant l'année, pour répondre à des problématiques environnementales urgentes.
2. Maîtriser le traitement et l'analyse de données réelles et brutes, en partant de zéro, pour acquérir des compétences pratiques essentielles.

Ce cours permettra aux étudiants de :

— Comprendre les défis environnementaux actuels et le rôle potentiel de l'IA
— Apprendre à manipuler et interpréter des jeux de données complexes et non structurés
— Concevoir et implémenter des solutions d'IA éco-responsables
— Développer un esprit critique sur l'utilisation de l'IA dans le contexte de la transition écologique

Un but majeur de ce cours est de concilier avancées technologiques et préservation de l'environnement.

A1 Outils d'analyse et équations aux dérivées partielles

Premier Semestre
Enseignant : Marco Cannone.

Le but de ce cours est de compléter les connaissances des étudiants en analyse (fonctionnelle, harmonique..) et de les initier à quelques outils utiles pour les équations aux dérivées partielles et pour l'analyse multifractale. Les sujets suivants seront abordés :

— Compléments sur les espaces de Banach : dualité, topologie faible…
— Analyse des espaces L^p : quelques propriétés, interpolation, applications…
— Rappels et compléments sur les distributions : techniques de régularisation et d'approximation, distributions tempérées, analyse de Fourier.
— Espaces de Sobolev, injection de Sobolev, théorème de compacité de Rellich. Application des espaces de Sobolev aux EDP. Principe des méthodes variationnelles. Application au problème de Dirichlet, principe du maximum.
— Introduction à l'analyse de Littlewood Paley : construction, algorithmes, exemples de bases. Caractérisation des espaces fonctionnels.
— Applications. Les équations de Navier-Stokes : approche variationnelle de J. Leray et résolution par point fixe de T. Kato.

Bibliographie :

— R.A. Adams, *Sobolev Spaces*, Academic Press, 1975.
— H. Brezis, *Analyse fonctionnelle*, Masson, 1983.
— M. Cannone *Ondelettes, paraproduits et Navier-Stokes*, Diderot 1995.
— F. Hirsch, G. Lacombe, *Eléments d'Analyse fonctionnelle*, Masson, 1997.
— C. Miao, B. Zhang, J. Zheng *Harmonic Analysis Methods in Partial Differential Equations* De Gruyter, 2025
— W. Rudin, *Analyse fonctionnelle*, Ediscience.
— K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, sixth edition, 1995.

A2 Théorie géométrique de la mesure et outils d'analyse multi-échelle

Premier Semestre
Enseignant : Stéphane Seuret

Dans ce cours, on verra tout d'abord toutes les notions fondamentales de dimension utilisées en analyse : dimension de boite, de packing, de Hausdorff. On appliquera ces notions à l'étude des propriétés multi-échelles d'ensembles dits "auto-similaires" et d'ensembles fractals.

Dans un deuxième temps, on construira des bases d'ondelettes continues et discrètes. Les ondelettes sont un outil d'analyse qui a de nombreuses applications, notamment au traitement du signal et de l'image. On en étudiera certaines d'entre elles. On démontrera des caractérisations par ondelettes des espaces fonctionnels classiques (Lebesgue, Hölder, Besov).

Enfin, on fera le lien entre les deux premières parties du cours en étudiant les propriétés d'échelles des fonctions génériques dans des espaces fonctionnels.

Le cours se terminera, au choix par les étudiant.e.s, par l'un des sujets suivants :

1. Analyse multifractale de fonctions remarquables : Fonctions de Bolzano, de Riemann, de Polya, séries de Davenport
2. Introduction aux méthodes d'ubiquité pour le calcul de dimensions d'ensembles limsup
3. Analyse multifractale des processus de Lévy, application à l'équation de Burgers
4. Analyse multivariée

Bibliographie :

— I. Daubechies. *Ten lectures on wavelets.* Society for Industrial and Applied Mathematics 1992.
— K. Falconer. *Fractal Geometry : Mathematical Foundations and Applications.* John Wiley & Sons, 1993.
— Y. Meyer. *Ondelettes et opérateurs.* Herman 1990.
— S. Seuret. *Multifractal analysis and wavelets.* New Trends in Applied Harmonic Analysis, Springer, 2016.

A3 Méthodes d'approximation deterministes et probabilistes pour des applications en modélisation stochastique et financière

Premier Semestre
Enseignant : Jacques Printems

Synopsis. Le cours portera sur l'approximation des équations hyperboliques, elliptiques et paraboliques résultant des formules de Chapman-Kolmogorov et de Feynman-Kac pour différents processus stochastiques.

Nous aborderons la théorie de l'approximation déterministe de ces équations (notions hilbertiennes, méthodes de Galerkin, convergence des approximations pour les topologies impliquées par les modèles).

Parallèlement, nous comparerons numériquement sur trois grandes thématiques la qualité de ces approximations déterministes avec celles données par les méthodes de Monte-Carlo.

Ces comparaisons entre techniques déterministes et stochastiques feront l'objet de trois projets notés au cours du semestre, qui détermineront la note finale.

Bibliographie :

— R. Herbin, *Analyse numérique des équations aux dérivées partielles*
`https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00637008`

— T. Gallouët et R. Herbin, *Equations aux dérivées partielles*, 17 janvier 2019.
`https://www.i2m.univ-amu.fr/perso/raphaele.herbin/PUBLI/M2edp.pdf`

— N. Wicker, *Cours simulation stochastique*,
`http://math.univ-lille1.fr/~wicker/Cours/coursSimulationAleatoire.pdf`

A4 Analyse diophantienne et multifractale

Deuxième Semestre
Enseignant : Faustin Adiceam, Stéphane Jaffard

Description : L'analyse multifractale se donne pour but d'étudier la régularité d'une fonction, d'une mesure ou d'un processus stochastique en chaque point. Dans le cas des fonctions par exemple, une mesure de régularité typique est fournie par l'exposant de Hölder ponctuel. Une question fondamentale, dans la théorie comme dans les applications, est alors de déterminer la dimension fractale des ensembles des points où une fonction irrégulière donnée admet un exposant de régularité donné. Les avancées récentes dans cette théorie la relient étroitement à l'analyse diophantienne. En toute généralité, il s'agit d'une branche de la théorie des nombres qui étudie, notamment du point de vue de la théorie de la mesure, les propriétés d'approximation des nombres réels par des quantités rationnelles. Cette théorie entretient de nos jours des interactions très nourries avec de nombreux domaines fondamentaux (e.g., la théorie ergodique, l'analyse harmonique, la théorie de la mesure) comme appliqués (e.g., la théorie de l'information, la cryptographie, les problèmes de modélisation).

Le cours mettra en parallèle les fécondes interactions entre ces deux théories. Du point de vue multifractal, il abordera les bases du formalisme dit multifractale, établira des techniques de calcul de dimensions fractales et s'attachera à l'étude d'exemples de fonctions et de mesures irrégulières explicites. Du point de vue diophantien, il reposera sur l'élaboration d'outils théoriques relevant, entre autres, de la géométrie fractale et de l'analyse de Fourier afin de comprendre les propriétés d'approximation des nombres réels. Enfin, des éléments concernant la théorie de l'ubiquité seront établis, établissant ainsi un autre lien fécond entre les deux théories.

Bibliographie :

— Adiceam, Faustin. Thèmes d'étude à l'interface entre analyse, théorie métrique des nombres et théorie de l'information. Notes de cours disponibles sur la page web de l'auteur.
— Bugeaud, Yann. Approximation by algebraic numbers. Cambridge Tracts in Mathematics, 160. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
— Falconer, Kenneth. Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Third edition. John Wiley Sons, Ltd., Chichester, 2014.
— Falconer, Kenneth. Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Third edition. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 2014.
— Jaffard, Stéphane. Une introduction à la régularité ponctuelle et à l'analyse multifractale des fonctions. Notes de cours disponible sur la page web de l'auteur.

A5 Analyse semi-classique et fonctions propres du Laplacien

Deuxième Semestre
Enseignant : Chenmin Sun

Description : L'objectif de ce cours est d'introduire l'analyse semi-classique (microlocale) et de l'appliquer à l'étude des fonctions propres de l'opérateur de Laplace sur des variétés riemanniennes compactes.

Dans la première partie, nous présenterons le calcul h-pseudodifférentiel et développerons des applications fondamentales, par exemple la régularité elliptique, les estimations d'énergie, et la propagation des singularités. Dans la deuxième partie, nous aborderons des applications aux fonctions propres du Laplacien, en mettant particulièrement l'accent sur la théorie spectrale et les propriétés de concentration des fonctions propres à haute énergie. Plus précisément, nous étudierons la propriété de concentration qualitative en introduisant les mesures semi-classiques, et nous montrerons que ces mesures sont invariantes le long du flot géodésique. Enfin, nous étudierons la description quantitative de la concentration des fonctions propres via l'estimation L^p des fonctions propres de Sogge.

Prérequis : Analyse fonctionnelle (opérateur autoadjoint), Théorie des distributions, Variétés différentielles de base.

Bibliographie :

— Zworski, Maciej. Semiclassical analysis, Graduate Studies in Mathematics 138, American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.
— Dimassi, Mouez et Sjöstrand, Johannes. Spectral asymptotics in the semi-classical limit, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 268 Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
— Grigis, Alain et Sjöstrand, Johannes. Microlocal analysis for differential operators, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 196, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
— Alinhac, Serge et Gérard, Patrick. Opérateurs pseudo-différentiels et théorème de Nash-Moser, InterEditions, Paris ; Editions du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Meudon, 1991.

A6 Equations elliptiques

Deuxième Semestre
Enseignant : Vincent Millot

Description : L'objectif de ce cours est d'introduire certains outils fondamentaux dans l'étude des équations aux dérivées partielles elliptiques d'ordre deux, linéaires et sous forme divergence pour la plupart. Nous commencerons par quelques rappels fondamentaux sur les espaces L^p, les espaces de Sobolev sur des domaines, et la théorie des distributions, avant de présenter la formulation au sens des distributions de ces équations. Nous présenterons ensuite les estimées de Caccioppoli et leurs implications en théorie de la régularité, ainsi que les estimations L^∞ de De Giorgi-Nash-Moser pour les équations à coefficients mesurables. Dans la suite, nous montrerons les principes des méthodes de dualité pour l'obtention d'estimations a priori, et nous donnerons les grands théorèmes de régularité de la théorie L^P et Schauder. Dans une deuxième partie, nous montrerons comment ces théories peuvent se combiner à des résultats abstraits d'analyse fonctionnelle pour montrer l'existence et parfois l'unicité de solutions, en particulier dans le cadre hilbertien. Dans une troisième et dernière partie, nous introduirons la méthode directe du calcul des variations pour la résolution de problèmes d'optimisation conduisant à des EDPs elliptiques linéaires ou non linéaires.

Prérequis : Théorie de la mesure, Analyse fonctionnelle, Espaces de Sobolev, Théorie des distributions

Bibliographie :

— Brezis, Haim. Analyse fonctionnelle, théorie et applications, Dunod.
— Gilbarg D., Trudinger N.S., Elliptic Partial Differential Equations of Second Order. Classics in mathematics, Springer-Verlang, Berlin (2001).

A7 Analyse microlocale

Deuxième Semestre
Enseignant : Mihajlo Cekić

Description : Le but de ce cours est d'introduire les premiers concepts fondamentaux de l'analyse microlocale dans le cadre classique des équations aux dérivées partielles. Cette théorie a d'importantes applications en analyse harmonique et complexe, ainsi qu'en physique théorique. Nous présenterons ainsi la méthode de la phase stationnaire, et aborderons la notion de front d'onde, les opérateurs elliptiques, la géométrie symplectique locale, et les constructions WKB.

Bibliographie :

— Grigis, Alain et Sjöstrand, Johannes. Microlocal analysis for differential operators, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 196, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

ACT1 Estimation empirique - valeurs extrêmes

Premier Semestre
Enseignante : Emmanuelle Clément

Ce cours propose une introduction à la théorie des valeurs extrêmes. A partir du comportement asymptotique des maxima et dépassements de seuils, on présentera les principaux modèles de lois extrêmes et les méthodes d'estimation d'événements rares. Des jeux de données seront analysés avec le logiciel R : comparaison des méthodes d'estimation, tests, choix de modèles.

- Statistique d'ordre, estimation de quantiles, diagrammes quantile/quantile.
- Convergence des maxima (cadre univarié), domaines d'attraction, lois GED.
- Dépassements de seuil, lois GPD.
- Estimation des paramètres de lois extrêmes, maxima par blocs, dépassement de seuils, estimateurs de Hill et Pickands, applications avec R.
- Processus ponctuels et valeurs extrêmes.
- Cadre multivarié.

Bibliographie :

- J. Beirlant et Al. Statistics of extremes, (2004).
- S. Coles. An introduction to statistical modeling of extreme values, (2001).
- J.F. Delmas, B. Jourdain. Modèles aléatoires, (2006).
- P. Embrechts, C. Kluppelberg, T. Mikosch. Modelling extremal events for insurance and finance, (1997).

ACT2 Confidentialité et équité algorithmique

Second Semestre
Enseignants : Claire Lacour et Mohamed Hebiri

L'utilisation de l'IA a modifié nos comportement mais a également ouvert de nouveaux questionnements sociétaux. En particulier, la protection de la vie privée et l'équité sont devenues des enjeux cruciaux. Des systèmes de recommandation qui respectent notre intimité aux algorithmes de prêt bancaire exempts de biais, ces concepts façonnent l'avenir de la technologie éthique.

L'objectif de ce cours est de

- initier et comprendre les problématiques de la confidentialité des données et de l'équité algorithmique
- connaître le rôle de l'aléatoire dans la confidentialisation
- reconsidérer les méthodes usuelles en statistiques avec l'optique de l'anonymat et de l'équité algorithmique

Une partie importante du cours sera dédiée au concept de la confidentialité différentielle et à l'introduction des différentes notions utilisées d'équité algorithmique. Nous aborderons à la fois les aspects numériques et théoriques relatifs à ces deux problèmatiques majeures.

MI1 Fondements des sciences de données

Premier Semestre
Enseignants : Thomas Bonis et Théo Lacombe

Le machine learning est omniprésent dans notre société allant des assistants vocaux aux voitures autonomes, en passant par les diagnostics médicaux automatisés. Mais comment ces systèmes apprennent-ils réellement ? Ce cours donne les outils mathématiques et informatiques permettant de comprendre comment les algorithmes sont entraînés à partir des données.

Ce cours d'introduction au machine learning offre une exploration approfondie des algorithmes de base de l'apprentissage automatique. Les étudiants découvriront des concepts clés tels que la régression, la classification, et le clustering. Le programme couvre les fondements statistiques, l'algèbre linéaire appliquée, et l'optimisation numérique essentiels au machine learning. Les algorithmes fondamentaux comme la régression linéaire, les arbres de décision, les forêts aléatoires seront étudiés en détail. Le cours met l'accent sur l'implémentation pratique en Python, utilisant des bibliothèques comme NumPy, Pandas, et Scikit-learn.

MI2 Sciences de données avancées

Second Semestre
Enseignants : Mohamed Hebiri et Théo Lacombe

Ce cours s'inscrit dans la continuité logique du cours *Fondements des sciences de données*. S'appuyant sur les connaissances acquises lors de cette initiation, l'objectif est d'approfondir et d'analyser des techniques plus avancées d'apprentissage statistique. Le programme couvre notamment les SVM et, plus généralement, les méthodes basées sur des problèmes d'optimisation convexe en classification. Les réseaux de neurones multicouches et les réseaux de neurones convolutifs (CNN) sont également introduits, permettant aux étudiants d'apprendre à les implémenter et à les optimiser.

Deux notions novatrices sont de plus présentées dans ce cours :

1. La prédiction conformale, qui vise à produire des ensembles de prédiction avec une garantie de couverture prédéfinie, sous des hypothèses minimales sur le modèle.
2. La réduction du coût computationnel et énergétique des algorithmes d'apprentissage, en particulier pour les réseaux de neurones. Les étudiants mesureront la consommation énergétique de leurs algorithmes à travers des problèmes concrets, appréhendant ainsi l'impact environnemental de l'entraînement des modèles d'apprentissage automatique.

Cette approche permet aux étudiants de développer une compréhension approfondie des techniques avancées tout en les sensibilisant aux enjeux actuels de fiabilité et de durabilité en intelligence artificielle.

X Modélisation probabiliste et statistique pour l'épidémiologie

Second Semestre
Enseignant : Viet Chi Tran

L'objet de ce cours est d'introduire et d'étudier des modèles probabilistes de propagation d'épidémies dans des populations, ainsi que leurs pendants déterministes. Egalement, nous aborderons la question des données et du traitement statistique de celles-ci.

Dans une première partie, nous présenterons un modèle compartimental : le modèle SIR, dont Kermack et McKendrick ont étudié une formulation par des équations différentielles ordinaires au début du 20ème siècle. Nous introduirons en particulier les outils probabilistes impliqués pour le décrire et l'analyser (processus de comptage, théorèmes limites et approximation par des processus de branchement, définition du nombre de reproduction R_0 pour ce modèle...) Puis, nous aborderons les problèmes statistiques qui lui sont associés (estimation des paramètres, prévisions, calcul de probabilités rares...). Une problématique récurrente en épidémiologie est que la propagation de l'épidémie n'est souvent que partiellement observée.
Dans une seconde partie, nous aborderons des rafinements de ce modèle compartimental : introduction de structure (par exemple, âge ou géographie), modèles de ménages. Nous étudierons aussi les modèles où l'épidémie se propage le long d'un réseau social. Une incursion dans la théorie des graphes et les questions statistiques associées à la reconstruction de ces structures sera faite.

Bibliographie :

— F. Ball, T. Britton, E. Pardoux, C. Laredo, D. Sirl, V.C. Tran. *Stochastic Epidemic Models with Inference*. Springer. Mathematical Biosciences subseries,Vol. 2255 (2019).